

СИСТЕМЫ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ И СЕТЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

TELECOMMUNICATION SYSTEMS AND NETWORK TECHNOLOGIES

Научная статья
УДК 621.396
<https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-3-38-50>

Совершенствование формы плоских антенных решеток для повышения точности радиолокации со сверхразрешением

Ю. Б. Нечаев, И. В. Пешков, Н. А. Фортунова, И. Н. Зайцева[✉], Е. А. Арнаутов

*Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина,
Елец, Россия, irina-zai@yandex.ru[✉]*

Аннотация. Перспективным способом увеличения пропускной способности и помехозащищенности современных беспроводных систем передачи информации является использование антенных решеток, оснащенных блоком цифровой обработки сигналов, к числу которых можно отнести системы MIMO (Multiple Input Multiple Output – множественные входы, множественные выходы), а также адаптивные (смарт) антенны. Основное преимущество такого подхода заключается в пространственном разнесении антенны, благодаря чему появляется возможность оценки угловых координат радиосигналов с последующим формированием диаграммы направленности. Известно, что одним из факторов снижения точности таких систем является недостаточная изученность влияния геометрии решетки совместно с различного рода антенными элементами. Работа посвящена получению формы плоской антенной решетки с более высокой точностью пеленгации. Описывается алгоритм вычисления такого расположения антенных элементов плоских антенных решеток, при котором среднеквадратическое отклонение оценок угловых координат одного и двух источников радиосигналов снижается. Предлагаемый подход основан на анализе влияния расположения антенн на дисперсию оценок, описываемой нижней границей Крамера – Рао. Данная величина позволяет установить влияние расположения антенных элементов на точность оценки направления прихода совместной оценки с двумя источниками сигнала. Показано, что точность несовместной оценки направления прихода определяется как сумма квадратов разностей между всеми координатами всенаправленных элементов по осям X и Y при поступлении одного сигнала. Если поступают два сигнала, то точность совместной оценки направления прибытия зависит от суммы косинусов, имеющих аргумент с разницей между координатами датчика и радиус-векторами сигналов. Оптимальное расположение антенных элементов с использованием полученных выражений может быть очень легко рассчитано для уменьшения ошибок пеленгования вблизи определенных секторов. Для подтверждения предложенной методики исследованы антенные решетки, построенные после минимизации границы Крамера – Рао, где целевыми функциями являются новые выражения. Установлено, что новые формы антенных решеток, основанные на аналитических выражениях, позволяют повысить точность определения направления прихода сигналов по сравнению с кольцевыми.

Ключевые слова: источник радиосигналов, плоская антенная решетка, антенный элемент, радиопеленгация, оценка координат

Благодарности: исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Липецкой области в рамках научного проекта 20-47-48000.

Для цитирования: *Нечаев Ю. Б., Пешков И. В., Фортунова Н. А., Зайцева И. Н., Арнаутов Е. А. Совершенствование формы плоских антенных решеток для повышения точности радиолокации со сверхразрешением // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 3. С. 38–50. <https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-3-38-50>.*

Improving the shapes of planar antenna arrays to improve accuracy of radar with super-resolution

Yu. B. Nechaev, I. V. Peshkov, N. A. Fortunova, I. N. Zaitseva[✉], E. A. Arnautov

Bunin Yelets State University,
Yelets, Russia, irina-zai@yandex.ru[✉]

Abstract. A promising way to increase the bandwidth and noise immunity of modern wireless information transmission systems is the use of antenna arrays equipped with a digital signal processing unit, which include MIMO systems (Multiple Input Multiple Output), as well as adaptive (smart) antennas. The main advantage of this approach is the antenna's spacing, which makes it possible to assess the angular coordinates of radio signals with further developing a radiation pattern. Gaps in studying the influence of the lattice geometry together with various kinds of antenna elements are known to be one of the factors of inaccuracy of such systems. The work is aimed at obtaining the shape of a planar antenna array with a higher direction finding accuracy. There is described an algorithm for calculating such an arrangement of antenna elements of flat antenna arrays, in which the standard deviation of the estimates of the angular coordinates of one and two radio signal sources is reduced. The proposed approach is based on the analysis of the influence of antenna location on the variance of estimates described by the lower boundary of Kramer-Rao. This value shows the influence of the location of antenna elements on the accuracy of estimating the direction of arrival of a joint assessment with two signal sources. It has been shown that the accuracy of the direction-of-arrival non-joint estimation is determined as the sum of squared differences between all coordinates of omnidirectional elements along the X - and Y -axis if one signal arrives. If two signals arrive, the accuracy of the direction-of-arrival joint estimation depends on the sum of cosines having the argument with the difference between sensor coordinates and signals radius-vectors. The optimal location of the antenna elements using the obtained expressions can be calculated very easily to reduce the direction-finding errors near particular sectors. In order to confirm the proposed method, there were studied the antenna arrays built after minimizing the boundary of Kramer-Rao, where the target functions are the new expressions. It is found out that the new shapes of antenna arrays based on the analytical expressions have better direction-of-arrival accuracy in comparison with the circular ones.

Keywords: radio signal source, planar antenna array, antenna component, direction finding, estimation of coordinates

Acknowledgements: the research was funded by RFBR and Lipetsk Region, project number 20-47-48000.

For citation: Nechaev Yu. B., Peshkov I. V., Fortunova N. A., Zaitseva I. N., Arnautov E. A. Improving the shapes of planar antenna arrays to improve accuracy of radar with super-resolution. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*. 2022;3:38-50. (In Russ.) <https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-3-38-50>.

Введение

Оценка пространственных координат источников радиосигналов (ИРС) представляет большой исследовательский интерес, т. к. позволяет существенно повысить скорость передачи информации телекоммуникационных систем, улучшить точность устройств специального назначения и т. п. [1, 2]. Для этого происходит оценка углов сигналов по азимуту с последующим формированием диаграммы направленности, максимум которой направлен на полезный источник, а нули – в направлениях помех. Таким образом, отношение мощности сигнала к мощности помех и шума повышается, в результате чего, согласно теореме Шеннона, повышается скорость передачи информации. В основе такого рода конструкций на базовом уровне – многоканальные антенные решетки (АР), сигналы с выходов которых подвергаются обработке, как правило, в цифровом вычислительном модуле. На заре пространственной цифровой обработки сигналов были популярны однородные линейные АР,

основной недостаток которых заключается в возможности оценки координат только по азимуту [3–9]. Из проведенных исследований, в частности [10], стало известно, что геометрия АР (т. е. координаты антенных элементов (АЭ) в декартовой системе координат) оказывает значительное влияние на точность оценок угловых координат ИРС. Необходимо упомянуть, что в последние несколько лет приобрели некоторую потребность формы АР, благодаря которым появилась возможность определения пространственных координат сигналов, как по азимуту, так и углу места, такие как кольцевые и концентрические [11–14]. Таким образом, понятно, что на величину ошибок определяющее влияние оказывает набор АЭ в декартовой системе координат. И тогда, задавая значения антенн вдоль осей X , Y и Z , можно значительно повысить точность оценок координат ИРС.

В работах [15, 16] рассматривается проблема получения нижней границы Крамера – Рао (ГКР) для оценки пространственных координат по азимуту

Нечаев Ю. Б., Пешков И. В., Фортунова Н. А., Зайцева И. Н., Арнауттов Е. А. Совершенствование формы плоских антенных решеток для повышения точности радиолокации со сверхразрешением

и углу места с использованием АР с всенаправленными элементами. Они используют полярные координаты элементов АР и не дают точного выражения, которое учитывало бы как положение источника, так и местоположение в пространстве каждого АЭ. Этот подход не позволяет точно оценить влияние размещения АЭ на характеристики данных оценок и построить решетку с наилучшими характеристиками в определенных секторах сканирования.

Далее в работе описывается подход по снижению дисперсии оценок угловых координат радиосигналов за счет оптимального размещения АЭ в пространстве. Предложенный подход основан на выражении, описывающем зависимость точности пеленгации от координат АЭ в декартовой системе координат, на основании ГКР. Вычисление новой формы АР осуществляется путем оптимизации по заданным критериям, т. е. положения антенн вдоль осей X и Y . Кроме того, полученное уравнение будет очень полезно для анализа важных факторов,

определяющих точность радиопеленгации при использовании АР такого рода. Влияние этих факторов позволит создать такую конфигурацию, которая будет обладать лучшими характеристиками точности и разрешающей способности методов радиопеленгации.

Описание антенных решеток

Прежде чем перейти к изложению информации, касающейся подходов к оценке дисперсии при определении угловых координат радиосигналов, необходимо сделать предварительные замечания. Пусть имеется АР (рис. 1), которая состоит из N ненаправленных элементов, произвольным образом распределенным на плоскости XY . Кроме того, допустим, что в раскрыв АР падает электромагнитная волна источника сигнала $s(t)$ на несущей частоте ω_0 с пространственными координатами θ (азимут) и φ (угол места) относительно осей X и Z .

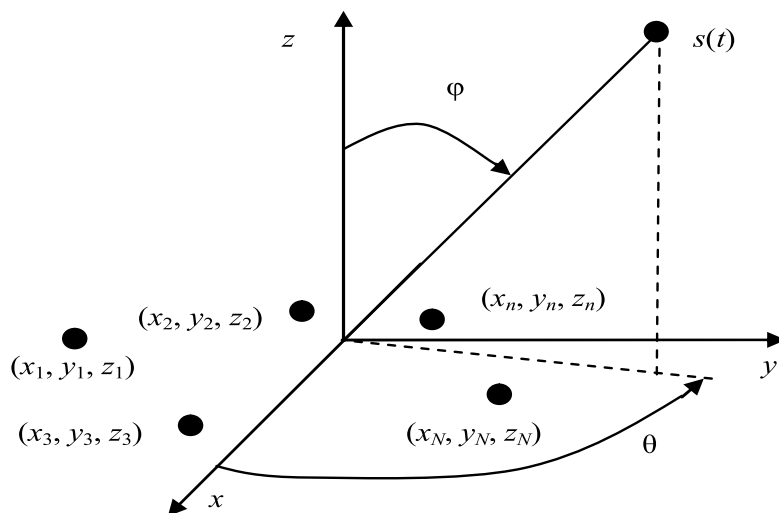


Рис. 1. Плоская антенная решетка произвольной формы

Fig. 1. Planar antenna array of arbitrary shape

Выражение узкополосной волны имеет вид [7]

$$\tilde{s}(t) = u(t)\cos(\omega_0 t + v(t)),$$

где $u(t)$ – амплитуда; ω_0 – несущая частота; $v(t)$ – фаза в зависимости от времени. Так как сигнал узкополосный, задержка τ_i вызывает сдвиг фазы $\xi_i = -\tau_i \omega_0$:

$$s(t - \tau) = s(t)e^{j\xi_i} = s(t)e^{-j\tau_i \omega_0};$$

$$\xi_i = \frac{\omega_0}{c} [x_i \cos \theta \sin \varphi + y_i \sin \theta \sin \varphi + z_i \cos \varphi],$$

где c – скорость света; i – индекс сигнала; j – мнимая единица. И теперь, если сигналы на АЭ описываются как x_1, x_2, \dots, x_N , они выглядят в векторной записи следующим образом:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\omega, \theta, \lambda)s(t) = \begin{bmatrix} e^{jk_r x_1} \\ e^{jk_r x_2} \\ \dots \\ e^{jk_r x_N} \end{bmatrix} s(t),$$

где \mathbf{a} – направляющий вектор; λ – длина волны;

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} (k_x, k_y, k_z) = (\cos \theta \sin \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \varphi) -$$

волновое число; $\mathbf{r}_n^T = (x_n, y_n, z_n)^T$ – радиус-вектор, указывающий на n -й АЭ; T – транспонирование.

Выражение дисперсии оценок радиопеленгации

Нижняя ГКР, связанная с концепцией информации Фишера, представляет собой теоретический предел средней точности оценки угловых координат радиосигналов для конкретной АР. При условии, что это объективная оценка вектора параметров, основанная на выборках, нижняя ГКР для произвольного числа сигналов и их параметров (в первую очередь, определение азимута и угла места) выведена в работе [17]. Таким образом, матрица дисперсии ошибок оценок пространственных координат по азимуту и углу места может быть записана [18]

$$\mathbf{D}_{\theta, \varphi} = \left[\left. \frac{\partial \mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1)}{\partial \eta} \right|_{\eta=\theta_1, \varphi_1}, \dots, \left. \frac{\partial \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)}{\partial \eta} \right|_{\eta=\theta_i, \varphi_i} \right]. \quad (1)$$

Далее необходимо раскрыть выражение (1) путем определения производных направляющих по азимуту и углу места:

$$\frac{\partial \mathbf{a}(\theta_m, \varphi_m)}{\partial \eta} = \frac{\partial e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}^T}}{\partial \eta} = \frac{\partial j \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{R}^T}{\partial \eta} e^{j\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}^T},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e^{j\psi}}{\partial \theta_i} &= \frac{\partial j\psi}{\partial \theta_i} e^{j\psi} = \frac{\partial j \frac{2\pi}{\lambda} (x_n k_x + y_n k_y + z_n k_z)}{\partial \theta_i} e^{j \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x_n k_x + y_n k_y + z_n k_z) \right)} = \\ &= j \left(\frac{2\pi}{\lambda} (-x_n \sin \theta \sin \varphi + y_n \cos \theta \sin \varphi) \right) e^{j \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x_n k_x + y_n k_y + z_n k_z) \right)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где ψ – фаза сигнала.

На следующем этапе, подобно выражению (2), определим производную направляющего вектора

$$\begin{aligned} \frac{\partial e^{j\psi}}{\partial \varphi_i} &= \frac{\partial j\psi}{\partial \varphi_i} e^{j\psi} = \frac{\partial j \frac{2\pi}{\lambda} (x_n k_x + y_n k_y + z_n k_z)}{\partial \varphi_i} e^{j \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x_n k_x + y_n k_y + z_n k_z) \right)} = \\ &= j \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x_n \cos \theta \cos \varphi + y_n \sin \theta \cos \varphi - z_n \sin \theta) \right) e^{j \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x_n k_x + y_n k_y + z_n k_z) \right)}. \end{aligned} \quad (3)$$

После объединения выражений (2) и (3) получим дисперсию ошибок для одного сигнала:

$$\text{var}(\varphi, \theta) = \frac{\sigma^2}{2K} \Re \left[\left(\frac{\partial \mathbf{a}^H}{\partial \eta} \left(\mathbf{I} - \mathbf{a}(\mathbf{a}^H \mathbf{a})^{-1} \mathbf{a}^H \right) \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \eta} \right) \circ \Xi \right]^{-1}, \quad (4)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица.

В более упрощенном виде формула (4) будет выглядеть следующим образом:

$$\text{var}(\varphi, \theta) = \frac{\sigma^2}{2K P_s} \frac{1}{AR} \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2. \quad (5)$$

где σ^2 – дисперсия шума; Tr – след матрицы; \Re – действительная часть; \circ – поэлементное умножение; K – число отсчетов корреляционной матрицы; $\Lambda_1 = \mathbf{D}_\theta^H \mathbf{P}_A \mathbf{D}_\theta$; $\Lambda_2 = \mathbf{D}_\theta^H \mathbf{P}_A \mathbf{D}_\varphi$; $\Lambda_3 = \mathbf{D}_\varphi^H \mathbf{P}_A \mathbf{D}_\theta$; $\Lambda_4 = \mathbf{D}_\varphi^H \mathbf{P}_A \mathbf{D}_\varphi$; $\Xi = \mathbf{S} \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{S}$; H – эрмитово сопряжение, \mathbf{S} – корреляционная матрица сигналов; \mathbf{A} – матрица направляющих векторов; \mathbf{R} – корреляционная матрица сигналов и шума.

Покажем далее матрицы $\mathbf{D}_{\theta, \varphi}$ более подробно:

здесь \mathbf{R}^T – матрица радиус-векторов антенн.

Для дальнейшего упрощения (1) на первом этапе определяем производную направляющего вектора по азимуту для k -го сигнала на n -м АЭ [12]:

относительно координаты по углу места для k -го сигнала на n -м АЭ:

Оценка дисперсии для решеток с ненаправленными элементами

Подводя итог вышесказанному и на основании выражений (4) и (5), можно сделать вывод, что точность пеленгации по азимуту и углу места в основном определяется координатами АЭ, а имен-

но коэффициентом AR (5). В частности, для AR из двух элементов и единственного ИРС поступающего сигнала получается [18]:

$$AR_2 = 1 / 2(dx_1 - dx_2)^2 + 1 / 2(dy_1 - dy_2)^2 + (dx_1 - dx_2)(dy_1 - dy_2). \quad (6)$$

Если имеется плоская AR , состоящая из трех элементов в плоскости XU и одного источника сигнала с произвольными координатами θ, φ , то [18]:

$$AR_3 = 2 / 3 \left[\begin{aligned} &(2dx_1 - dx_2 - dx_3)(2dy_1 - dy_2 - dy_3) + \\ &+ (-dx_1 + 2dx_2 - dx_3)(-dy_1 + 2dy_2 - dy_3) + \\ &+ (-dx_1 - dx_2 + 2dx_3)(-dy_1 - dy_2 + 2dy_3) \end{aligned} \right]. \quad (7)$$

Согласно формулам (6), (7), точность радиопеленгации определяется суммой квадратов разностей координат антенн. сигнала необходимо иметь 3 или более антенн. Тогда можно записать:

$$\mathbf{D}^H \mathbf{P}_N \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{a}_1^H}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \mathbf{a}_2^H}{\partial \eta} \end{bmatrix} \left(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \right) \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{a}_1}{\partial \eta} & \frac{\partial \mathbf{a}_2}{\partial \eta} \end{bmatrix}.$$

Два источника сигнала – три антенных элемента

Далее рассмотрим сценарий, в котором есть 2 ИРС, а также 3 всенаправленных АЭ. Из линейной алгебры хорошо известно, что нельзя брать менее трех АЭ, поскольку в этом случае, как видно из выражения (4), обратная матрица внутри квадратных скобок становится сингулярной. Поэтому для совместной оценки координат двух источников

Здесь матрица \mathbf{A} имеет размерность 3×2 , т. е. 3 антенны и 2 источника. Рассмотрим получение \mathbf{P}_N более детально:

$$\mathbf{P}_N = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H = \mathbf{I} - \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} a_{11}^H & a_{12}^H & a_{13}^H \\ a_{21}^H & a_{22}^H & a_{23}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} a_{11}^H & a_{12}^H & a_{13}^H \\ a_{21}^H & a_{22}^H & a_{23}^H \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим среднюю часть внутри квадратных скобок матрицы \mathbf{P}_N подробнее:

$$\begin{aligned} &\left(\begin{bmatrix} a_{11}^H & a_{12}^H & a_{13}^H \\ a_{21}^H & a_{22}^H & a_{23}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix} \right)^{-1} = \\ &= \begin{bmatrix} 3 & a_{21}a_{11}^H + a_{22}a_{12}^H + a_{23}a_{13}^H \\ a_{11}a_{21}^H + a_{12}a_{22}^H + a_{13}a_{23}^H & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} 3 & -(a_{21}a_{11}^H + a_{22}a_{12}^H + a_{23}a_{13}^H) \\ -(a_{11}a_{21}^H + a_{12}a_{22}^H + a_{13}a_{23}^H) & 3 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где коэффициент C равен

$$\begin{aligned} C &= 9 - (a_{21}a_{11}^H + a_{22}a_{12}^H + a_{23}a_{13}^H)(a_{11}a_{21}^H + a_{12}a_{22}^H + a_{13}a_{23}^H) = \\ &= 9 - \left(\begin{aligned} &a_{21}a_{11}^H a_{11}a_{21}^H + a_{21}a_{11}^H a_{12}a_{22}^H + a_{21}a_{11}^H a_{13}a_{23}^H + \\ &+ a_{22}a_{12}^H a_{11}a_{21}^H + a_{22}a_{12}^H a_{12}a_{22}^H + a_{22}a_{12}^H a_{13}a_{23}^H + \\ &+ a_{23}a_{13}^H a_{11}a_{21}^H + a_{23}a_{13}^H a_{12}a_{22}^H + a_{23}a_{13}^H a_{13}a_{23}^H \end{aligned} \right) = \\ &= 6 - 2 \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - 2 \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) - 2 \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Чтобы получить уравнение (8) без мнимых частей, применим следующее свойство:

$$a_{ij} a_{jj}^H a_{ji} a_{ii}^H + a_{ii} a_{ji}^H a_{jj} a_{ij}^H = \exp i(\psi_{ij} - \psi_{jj} + \psi_{ji} - \psi_{ii}) + \exp i(-\psi_{ij} + \psi_{jj} - \psi_{ji} + \psi_{ii}) = 2 \cos(\psi_{ij} - \psi_{jj} + \psi_{ji} - \psi_{ii}).$$

После учета коэффициента C матрица \mathbf{P}_N принимает следующие значения:

$$\begin{aligned} & 1.1 \quad 2 - a_{22} a_{12}^H a_{13} a_{23}^H - a_{23} a_{13}^H a_{12} a_{22}^H \\ & 2.1 \quad -a_{12} a_{11}^H + a_{12} a_{21}^H a_{23} a_{13}^H - a_{22} a_{21}^H + a_{22} a_{11}^H a_{13} a_{23}^H \\ & 3.1 \quad -a_{13} a_{11}^H + a_{13} a_{21}^H a_{22} a_{12}^H - a_{23} a_{21}^H + a_{23} a_{11}^H a_{12} a_{22}^H \\ & 1.2 \quad -a_{11} a_{12}^H + a_{11} a_{22}^H a_{23} a_{13}^H - a_{21} a_{22}^H + a_{21} a_{12}^H a_{13} a_{23}^H \\ & 2.2 \quad 2 - a_{21} a_{11}^H a_{13} a_{23}^H - a_{23} a_{13}^H a_{11} a_{21}^H \\ & 3.2 \quad -a_{13} a_{12}^H + a_{13} a_{22}^H a_{21} a_{11}^H - a_{23} a_{22}^H + a_{23} a_{12}^H a_{11} a_{21}^H \\ & 1.3 \quad -a_{11} a_{13}^H + a_{11} a_{23}^H a_{22} a_{12}^H - a_{21} a_{23}^H + a_{21} a_{13}^H a_{12} a_{22}^H \\ & 2.3 \quad -a_{12} a_{13}^H + a_{12} a_{23}^H a_{21} a_{11}^H - a_{22} a_{23}^H + a_{22} a_{13}^H a_{11} a_{21}^H \\ & 3.3 \quad 2 - a_{21} a_{11}^H a_{12} a_{22}^H - a_{22} a_{12}^H a_{11} a_{21}^H. \end{aligned} \tag{9}$$

Элементы матрицы \mathbf{P}_N (9) занимают следующие позиции:

$$\mathbf{P}_N = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{bmatrix}.$$

Принимаем следующие обозначения: $a_i a_i^H = 1$

$$\text{и } a_i' = \frac{\partial j \xi_i}{\partial \theta}.$$

Для получения оценки нижней ГКР первой координаты сигнала необходимо выражение для матрицы \mathbf{P}_N производных \mathbf{D} . В данном конкретном случае нас в первую очередь интересует следующее выражение:

$$\frac{\partial \mathbf{a}_1^H}{\partial \eta} \mathbf{P}_N \frac{\partial \mathbf{a}_1}{\partial \eta}.$$

Полученное выражение для AR для первого сигнала равно:

$$AR_{11} = \frac{\begin{aligned} & a_{11}'^2 (1 - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)) (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) + \\ & + a_{12}'^2 (1 - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)) (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) + \\ & + a_{13}'^2 (1 - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)) (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \\ & + (a_{11}' a_{12}') \left(\frac{-1 + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) +}{+\cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1)} \right) + \\ & + (a_{11}' a_{13}') \left(\frac{-1 + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) +}{+\cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} \right) + \\ & + (a_{12}' a_{13}') \left(\frac{-1 + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) +}{+\cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)} \right) + \end{aligned}}{3 - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)} \tag{10}$$

Предположим, что выражение коэффициента AR для второго сигнала равно

$$AR_{22} = \frac{\begin{aligned} & a'_{21}{}^2(1 - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2))(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) + \\ & + a'_{22}{}^2(1 - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2))(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) + \\ & + a'_{23}{}^2(1 - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2))(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \\ & + (a'_{21}a'_{22}) \left(\begin{aligned} & -1 + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + \\ & + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) \end{aligned} \right) + \\ & + (a'_{21}a'_{23}) \left(\begin{aligned} & -1 + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) + \\ & + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \end{aligned} \right) + \\ & + (a'_{22}a'_{23}) \left(\begin{aligned} & -1 + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) + \\ & + \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \end{aligned} \right) \end{aligned}}{3 - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) - \cos(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)}. \quad (11)$$

Тогда получается, что окончательное выражение для матрицы \mathbf{D}_1 , которое в основном определяет точность оценки пеленгов, будет выглядеть так:

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} AR_{11} & AR_{12}^H \\ AR_{21} & AR_{22} \end{bmatrix}.$$

Обратная матрица \mathbf{D}_1 будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_1^{-1} &= \frac{1}{AR_{11}AR_{22} - AR_{21}AR_{12}} \begin{bmatrix} AR_{22} & -AR_{12} \\ -AR_{21} & AR_{11} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{C^2}{AR_{11}AR_{22} - AR_{21}AR_{12}} \begin{bmatrix} \frac{AR_{22}}{C} & \frac{-AR_{12}}{C} \\ \frac{-AR_{21}}{C} & \frac{AR_{11}}{C} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{C}{AR_{11}AR_{22} - AR_{21}AR_{12}} \begin{bmatrix} AR_{22} & -AR_{12} \\ -AR_{21} & AR_{11} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{C}{AR_{11}AR_{22} - (\Re\{AR_{21;12}\}^2 + \Re\{AR_{21;12}\}^2)} \begin{bmatrix} AR_{22} & -AR_{12}^H \\ -AR_{21} & AR_{11} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку выше было сказано, что нужны только значения первого и второго сигналов, то необходимо учитывать только элементы главной диагонали матрицы. Значения за пределами главной диагонали отвечают за взаимное влияние между координатами двух сигналов, следовательно

$$(\mathbf{D}_1^{-1})_{11} \approx \frac{C}{AR_{11}} \text{ и } (\mathbf{D}_1^{-1})_{22} \approx \frac{C}{AR_{22}}, \quad (13)$$

поэтому последние выражения после подстановки формул (10)–(12) в (13) будут определять точность оценок координат с помощью трехэлементной планарной АР в случае совместного пеленгационного измерения двух сигналов. Из двух последних формул можно сделать вывод, что для уменьшения погрешностей пеленгования как можно меньше, при условии, что известны приблизительные секторы обработки, AR_{11} и/или AR_{22} должны быть как можно большими:

$$\min_{r_1, r_2, r_3} \left\{ \frac{C}{AR_{11}} \right\} \text{ и/или } \min_{r_1, r_2, r_3} \left\{ \frac{C}{AR_{22}} \right\}. \quad (14)$$

Рассмотрим ситуацию с двумя источниками сигналов, координаты которых имеют следующие значения: $\theta_1 = 25^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$ и $\theta_2 = 85^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$. В качестве эталона используем трехэлементную стандартную кольцевую АР с радиусом $r = 0,0442$ м. Далее, применив любой алгоритм оптимизации, будем одновременно максимизировать полученные выражения (14) относительно радиус-векторов r_1 , r_2 и r_3 . Кроме того, предполагается, что приближенные сигнальные секторы известны, а координаты x и y ограничены радиусом r . После оптимизации (14) получаем следующие координаты новой АР для приема и обработки сигналов из описанных выше зон θ_1 , φ_1 и θ_2 , φ_2 : $x_1 = 0,0405$, $x_2 = -0,0301$, $x_3 = -0,0246$, $y_1 = -0,0182$, $y_2 = 0,0328$, $y_3 = -0,0369$ (рис. 2).

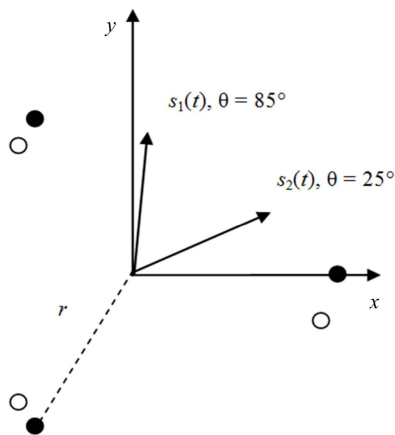


Рис. 2. Схема стандартной кольцевой «○» и оптимизированной «●» решеток

Fig. 2. Scheme of standard ring “○” and optimized “●” arrays

Ниже приведены оценки ГКР полученной АР в сравнении со стандартной традиционной кольцевой АР для различных ситуаций, т. е. для одного (рис. 3) и двух сигналов в зависимости от отноше-

ния сигнал/шум (ОСШ) (рис. 4), кроме того, приведен график разницы ошибок между оптимизированной и стандартной АР (рис. 5).

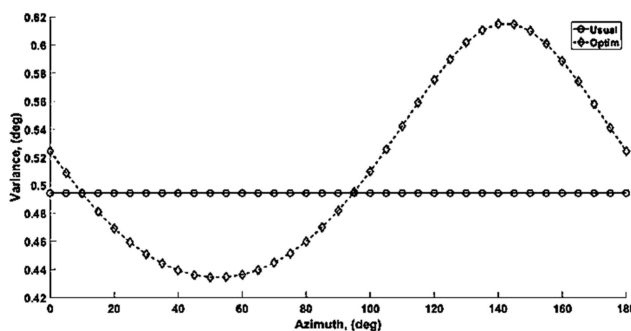


Рис. 3. Граница Крамера – Рао антенных решеток: сплошная кривая «○» – обычная решетка; пунктирная кривая «◇» – оптимизированная решетка (см. рис. 2) с одним сигналом: $\theta_1 = 0^\circ - 180^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$

Fig. 3. Cramer-Rao boundary of antenna arrays: solid curve “○” - ordinary array; dotted curve “◇” - optimized array (see Fig. 2) with one signal: $\theta_1 = 0^\circ - 180^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$

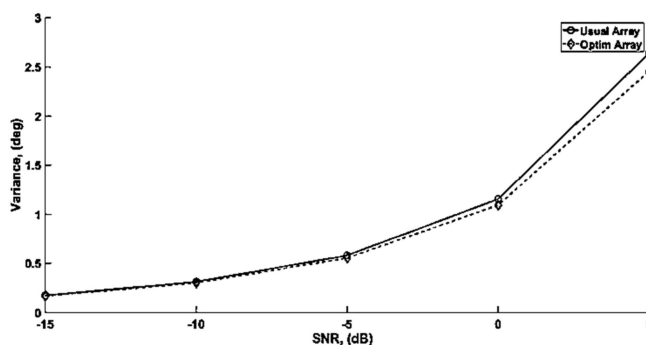


Рис. 4. Граница Крамера – Рао антенных решеток: сплошная кривая «○» – обычная решетка; пунктирная кривая «◇» – оптимизированная решетка (см. рис. 2) в зависимости от ОСШ; два сигнала: $\theta_1 = 25^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$ и $\theta_2 = 85^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$

Fig. 4. Cramer-Rao boundary of antenna arrays: solid curve “○” - ordinary array; dotted curve “◇” - optimized array (see Fig. 2) depending on SNR; two signals: $\theta_1 = 25^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$ and $\theta_2 = 85^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$

Нечаев Ю. Б., Пешков И. В., Фортуннова Н. А., Зайцева И. Н., Арнаутов Е. А. Совершенствование формы плоских антенных решеток для повышения точности радиолокации со сверхразрешением

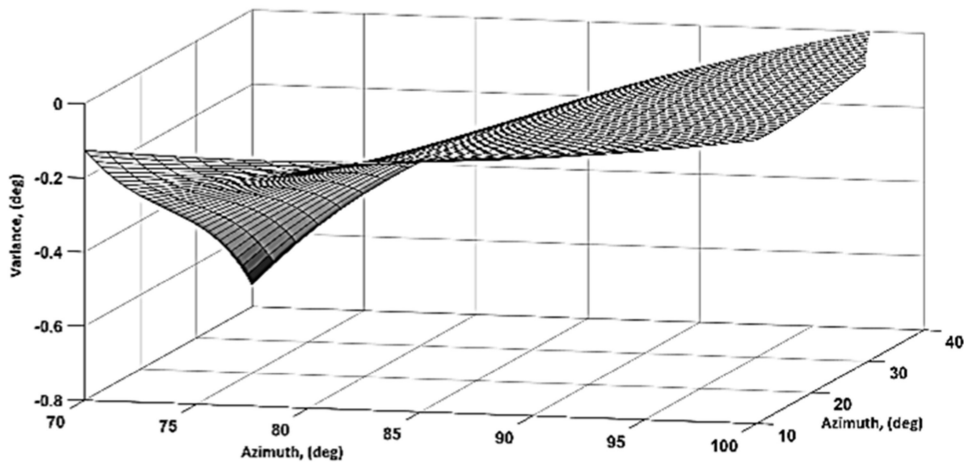


Рис. 5. Разница между совместной оценкой границы Крамера – Рао двух координат сигналов оптимизированной АР и стандартной кольцевой АР

Fig. 5. Difference between joint estimation of Cramer-Rao boundary of two signal coordinates of an optimized antenna array and a standard ring antenna array

Два сигнала поступают в новую АР (см. рис 3), которая построена таким образом, что минимум ошибок приходится на целевой диапазон предполагаемых азимутальных местоположений сигналов, т. е. несовместная оценка здесь выполняется. Кроме того, на графиках рис. 4, 5 проиллюстрировано, что сумма ошибок совместной оценки координат по азимуту через новую решетку немного ниже, чем при использовании стандартной кольцевой решетки.

Рассмотрим другую ситуацию с двумя источниками сигналов: $\theta_1 = 50^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$ и $\theta_2 = 140^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$. Также за эталонную принимаем трехэлементную стандартную кольцевую АР радиусом $r = 0,0442$ м. После оптимизации (14) получаем следующие координаты новой АР: $x_1 = 0,0419$, $x_2 = -0,0079$, $x_3 = -0,0042$, $y_1 = 0,0142$, $y_2 = 0,0373$, $y_3 = -0,0440$ (рис. 6).

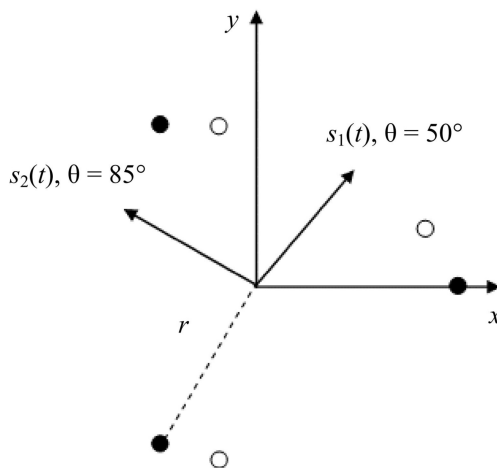


Рис. 6. Схема стандартной кольцевой «○» и оптимизированной «●» решеток

Fig. 6. Scheme of standard ring “○” and optimized “●” arrays

Ниже приведены рис. 7–9, иллюстрирующие результаты исследования случая с двумя источниками сигналов.

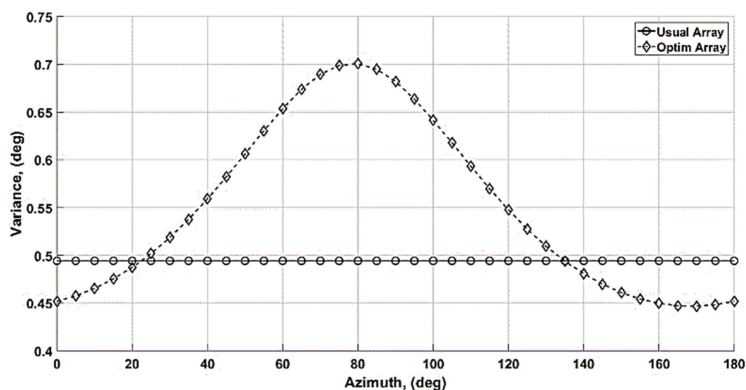


Рис. 7. Граница Крамера – Рао антенных решеток: сплошная кривая «○» – обычная решетка; пунктирная кривая «◇» – оптимизированная решетка (см. рис. 6); один сигнал: $\theta_1 = 0^\circ\text{--}180^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$

Fig. 7. Cramer-Rao boundary of antenna arrays: solid curve “○” - ordinary array; dotted curve “◇” - optimized array (see Fig. 6); one signal: $\theta_1 = 0^\circ\text{--}180^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$

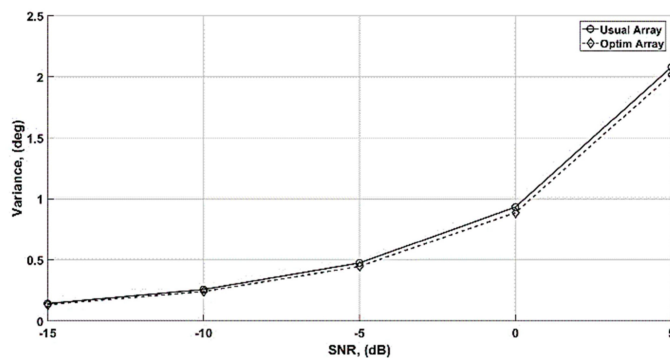


Рис. 8. Граница Крамера – Рао антенных решеток: сплошная кривая «○» – обычная решетка; пунктирная кривая «◇» – оптимизированная решетка (см. рис. 6) в зависимости от ОСШ; два сигнала: $\theta_1 = 50^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$ и $\theta_2 = 140^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$

Fig. 8. Cramer-Rao boundary of antenna arrays: solid curve “○” - ordinary array; the dotted curve “◇” is the optimized array (see Fig. 6) depending on the signal-to-noise ratio; two signals: $\theta_1 = 50^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$ and $\theta_2 = 140^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$

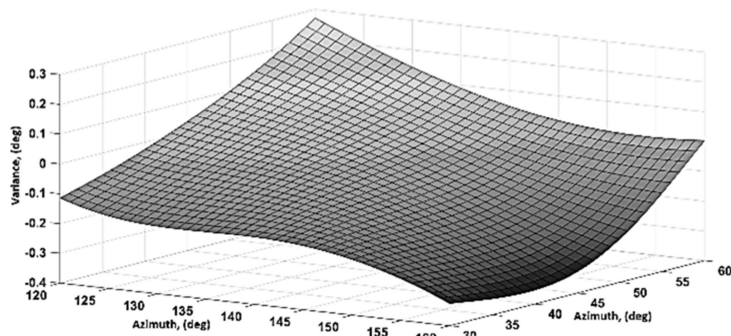


Рис. 9. Разница между совместной оценкой границ Крамера – Рао двух сигналов координат оптимизированной АР и стандартной кольцевой АР

Fig. 9. Difference between joint estimation of Cramer-Rao boundary of two coordinate signals of an optimized antenna array and a standard ring antenna array

Из кривых на рис. 7 оценки точности пеленгации одного сигнала видно, что элементы новой АР расположены для оптимального приема и обработки сигналов, приходящих из секторов $\approx 20^\circ$ и 140° по азимуту с помощью пеленгаторных методов. Общие ошибки радиопеленгации через новую решетку немного ниже по сравнению с обычной кольцевой решеткой после использования совместной оценки координат сигналов по азимуту, как показано на рис. 8. Кроме того, на рис. 9 показано, что разница между ошибками через новые АР меньше по сравнению со стандартными кольцевыми, поскольку графики в целевых секторах имеют отрицательные значения.

Таким образом, можно сделать вывод, что точность пеленгации может быть повышена только за счет оптимального расположения АЭ в пространстве без привлечения дополнительных вычислительных средств и методов.

Заключение

В работе рассмотрены планарные АР, состоящие из всенаправленных элементов и размещенные на плоскости XY . Основное назначение подобных решеток в современной связи – оценка координат пеленгации по азимуту. Однако в настоящее время очень актуальна проблема выбора наилучшей конфигурации решетки для радиопеленгации. Это уменьшает погрешности пеленга и количество

АЭ и, таким образом, снижает вычислительные затраты. Нижняя ГКР является критерием оптимальности способности конкретной решетки оценивать координаты сигналов. Получены точные общие выражения ГКР для планарных АР. Формулы описывают зависимость точности пеленгования по азимуту или углу места от положения элементов антенны. Выявлено, что при наличии источника сигнала выражение в общем случае квадратичное. С другой стороны, две волны с произвольными координатами поступают на решетку, и зависимость между точностью оценки пеленгации и расположением АЭ выглядит как сумма косинусов разностей волновых чисел. Полученные выражения позволяют расположить АЭ так, чтобы ошибки пеленга были значительно уменьшены в секторе сканирования цели, превышая при этом измерения круглых АР.

Представленный подход использован для создания двух- и трехэлементных АР путем минимизации полученных точных выражений ГКР для оценки пеленгации по азимуту в случае одного источника и в случае двух одновременных волн. Было показано и доказано, что дисперсия оценок радиопеленгации снижается на $0,3\text{--}0,5^\circ$ по сравнению с круговым массивом. Более того, рассматриваемый подход может быть расширен как на произвольное количество антенн, так и на угол места.

Список источников

1. *Elkamchouchi H., Mohamed D., Mohamed O., Ali W.* Multiuser Detection Using Blind Robust Beamforming in Multipath Environment for LTE System // International Journal on Communications Antenna and Propagation (IRECAP). 2016. N. 6 (5). P. 291–298. DOI: 10.15866/irecap.v6i5.10006.
2. *Samarah K.* Localization of Mobile Stations from ONE Base Station in GSM Systems // International Review on Computers and Software (IRECOS). 2016. N. 11 (5). P. 427–435. DOI: 10.15866/irecos.v11i5.9367.
3. *Hosseini S. M., Sadeghzadeh R. A., Virdee B. S.* DOA estimation using multiple measurement vector model with sparse solutions in linear array scenarios // EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking. 2017. Article number: 58. DOI: 10.1186/s13638-017-0838-y.
4. *Chetan R. D., Jadhav A. N.* Simulation study on DOA estimation using MUSIC algorithm // Intl. J. Tech. Eng. Sys. 2011. V. 2. N. 1. P. 54–57.
5. *Ikeda K., Nagai J., Fujita T., Yamada H., Hirata A., Ohira T.* DOA estimation by using MUSIC algorithm with a 9-elements rectangular ESPAR antenna // Proc. of Intl. Symp. on Antennas and Propagat. Aug. 2004. P. 45–48.
6. *Chen Sun, Karmakar N. C.* Direction of arrival estimation based on a single port smart antenna using MUSIC algorithm with periodic signals // Intl. J. Signal Process. 2004. V. 1. N. 3. P. 153–162.
7. *Schmidt R. O.* Multiple emitter location and signal parameter estimation // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1986. V. 34. P. 276–280. DOI: 10.1109/tap.1986.1143830.
8. *Belhoud F. A., Shubair R. M., Al-Mualla M. E.* Modelling and performance analysis of DOA estimation in adaptive signal processing arrays // Proc. IEEE Intl. Conf. on Electron., Circuits and Sys., Dec. 2003. P. 340–343. DOI: 10.1109/ICECS.2003.1302046.
9. *Cadzow J. A.* A high resolution direction-of-arrival algorithm for narrow-band coherent and incoherent sources // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. 1998. V. 36. N. 7. P. 965–979. DOI: 10.1109/29.1618.
10. *Abouda H. M., El-Sallabi, Haggman S. G.* Impact of antenna array geometry on MIMO channel eigenvalues // Proc. IEEE Intl. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Comm. 2005. V. 1. Sep. P. 568–572. DOI: 10.1109/PIMRC.2005.1651500.
11. *Chen J., Guan S., Tong Yi., Yan L.* Two-Dimensional Direction of Arrival Estimation for Improved Archimedean Spiral Array With MUSIC Algorithm // IEEE Access. 2018. V. 6. P. 49740–49745. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2867460.
12. *Nechaev Yu. B., Peshkov I. W., Fortunova N. A.* Estimation of the Cramer-Rao Bound for Radio Direction-Finding on the Azimuth and Elevation of Planar Antenna Arrays of the Symmetric Form // IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). 2018. P. 1–5. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524799.
13. *Wu B.* Realization and simulation of DOA estimation using MUSIC algorithm with uniform circular arrays // The 4th Asia-Pacific Conf. on Environmental Electromagnetics. 2006. P. 908–912. DOI: 10.1109/CEEM.2006.258099.

14. Nechaev Yu. B., Peshkov I. V. Evaluating Cramer-Rao Bound for 2D direction-finding via planar antenna arrays // *Visnyk NTUU KPI. Seriya - Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*, 2016. N. 67. P. 12–17. DOI: 10.20535/RADAP.2016.67.12-17.

15. Gazzah H., Marcos S. Cramer-Rao bounds for antenna array design // *Signal Processing, IEEE Transactions*, 2006. N. 54. P. 336–345. DOI: 10.1109/TSP.2005.861091.

16. Baysal Ü., Moses R. On the geometry of isotropic arrays // *Signal Processing, IEEE Transactions*, 2003. N. 51. P. 1469–1478. DOI: 10.1109/TSP.2003.811227.

17. Нецаев Ю. Б., Пешков И. В. Оценка границы Крамера-Рао для цилиндрических антенных решеток с направленными элементами для радиопеленгации цифровыми антенными решетками // *Телекоммуникации*, 2019. № 4. С. 18–26.

18. Нецаев Ю. Б., Пешков И. В. Оптимизация формы малоэлементных антенных решеток по азимуту или углу места посредством минимизации обобщенного выражения нижней границы Крамера-Рао // *Антенны*, 2019. № 5 (259). С. 53–64.

References

1. Elkamchouchi H., Mohamed D., Mohamed O., Ali W. Multiuser Detection Using Blind Robust Beamforming in Multipath Environment for LTE System. *International Journal on Communications Antenna and Propagation (IRECAP)*, 2016, no. 6 (5), pp. 291-298. DOI: 10.15866/irecap.v6i5.10006.

2. Samarah K. Localization of Mobile Stations from ONE Base Station in GSM Systems. *International Review on Computers and Software (IRECOS)*, 2016, no. 11 (5), pp. 427-435. DOI: 10.15866/irecos.v11i5.9367.

3. Hosseini S. M., Sadeghzadeh R. A., Virdee B. S. DOA estimation using multiple measurement vector model with sparse solutions in linear array scenarios. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2017, article number: 58. DOI: 10.1186/s13638-017-0838-y.

4. Chetan R. D., Jadhav A. N. Simulation study on DOA estimation using MUSIC algorithm. *Intl. J. Tech. Eng. Sys.*, 2011, vol. 2, no. 1, pp. 54-57.

5. Ikeda K., Nagai J., Fujita T., Yamada H., Hirata A., Ohira T. DOA estimation by using MUSIC algorithm with a 9-elements rectangular ESPAR antenna. *Proc. of Intl. Symp. on Antennas and Propagat.*, Aug. 2004, pp. 45-48.

6. Chen Sun, Karmakar N. C. Direction of arrival estimation based on a single port smart antenna using MUSIC algorithm with periodic signals. *Intl. J. Signal Process.*, 2004, vol. 1, no. 3, pp. 153-162.

7. Schmidt R. O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1986, vol. 34, pp. 276-280. DOI: 10.1109/tap.1986.1143830.

8. Belhoud F. A., Shubair R. M., Al-Mualla M. E. Modelling and performance analysis of DOA estimation in adaptive signal processing arrays. *Proc. IEEE Intl. Conf. on Electron., Circuits and Sys.*, Dec. 2003, pp. 340-343. DOI: 10.1109/ICECS.2003.1302046.

9. Cadzow J. A. A high resolution direction-of-arrival algorithm for narrow-band coherent and incoherent sources. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, 1998, vol. 36, no. 7, pp. 965-979. DOI: 10.1109/29.1618.

10. Abouda H. M., El-Sallabi, Haggman S. G. Impact of antenna array geometry on MIMO channel eigenvalues. *Proc. IEEE Intl. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Comm.*, 2005, vol. 1, Sep., pp. 568-572. DOI: 10.1109/PIMRC.2005.1651500.

11. Chen J., Guan S., Tong Yi., Yan L. Two-Dimensional Direction of Arrival Estimation for Improved Archimedean Spiral Array With MUSIC Algorithm. *IEEE Access.*, 2018, vol. 6, pp. 49740-49745. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2867460.

12. Nechaev Yu. B., Peshkov I. W., Fortunova N. A. Estimation of the Cramer-Rao Bound for Radio Direction-Finding on the Azimuth and Elevation of Planar Antenna Arrays of the Symmetric Form. *IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*, 2018, pp. 1-5. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524799.

13. Wu B. Realization and simulation of DOA estimation using MUSIC algorithm with uniform circular arrays. *The 4th Asia-Pacific Conf. on Environmental Electromagnetics*, 2006, pp. 908-912. DOI: 10.1109/CEEM.2006.258099.

14. Nechaev Yu. B., Peshkov I. V. Evaluating Cramer-Rao Bound for 2D direction-finding via planar antenna arrays. *Visnyk NTUU KPI. Seriya - Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*, 2016, no. 67, pp. 12-17. DOI: 10.20535/RADAP.2016.67.12-17.

15. Gazzah H., Marcos S. Cramer-Rao bounds for antenna array design. *Signal Processing, IEEE Transactions*, 2006, no. 54, pp. 336-345. DOI: 10.1109/TSP.2005.861091.

16. Baysal Ü., Moses R. On the geometry of isotropic arrays. *Signal Processing, IEEE Transactions*, 2003, no. 51, pp. 1469-1478. DOI: 10.1109/TSP.2003.811227.

17. Nechaev Yu. B., Peshkov I. V. Otsenka granitsy Kramera-Rao dlia tsilindricheskikh antennoykh reshetok s napravlennymi elementami dlia radiopelengatsii tsifrovymi antennoymi reshetkami [Cramer-Rao boundary estimation for cylindrical antenna arrays with directional elements for radio direction finding by digital antenna arrays]. *Telekommunikatsii*, 2019, no. 4, pp. 18-26.

18. Nechaev Yu. B., Peshkov I. V. Optimizatsiya formy maloelementnykh antennoykh reshetok po azimutu ili uglu mesta posredstvom minimizatsii obobshchennogo vyrazheniya nizhnei granitsy Kramera-Rao [Optimizing shape of low-element antenna arrays by azimuth or elevation angle through minimization of generalized Cramer-Rao lower bound expression]. *Antenny*, 2019, no. 5 (259), pp. 53-64.

Статья поступила в редакцию 04.04.2022; одобрена после рецензирования 07.07.2022; принята к публикации 15.07.2022
The article was submitted 04.04.2022; approved after reviewing 07.07.2022; accepted for publication 15.07.2022

Nechaev Yu. B., Peshkov I. V., Fortunova N. A., Zaitseva I. N., Amashov E. A. Improving the shapes of planar antenna arrays to improve accuracy of radar with super-resolution

Информация об авторах / Information about the authors

Юрий Борисович Нечаев – доктор физико-математических наук, доцент; профессор кафедры физики, радиотехники и электроники; Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина; nechaev_ub@mail.ru

Yury B. Nechaev – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor; Professor of the Department of Physics, Radio Engineering and Electronics; Bunin Yelets State University; nechaev_ub@mail.ru

Илья Владимирович Пешков – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры физики, радиотехники и электроники; Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина; ilvpeshkov@gmail.com

Ilya V. Peshkov – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor; Assistant Professor of the Department of Physics, Radio Engineering and Electronics; Bunin Yelets State University; ilvpeshkov@gmail.com

Наталья Александровна Фортунова – кандидат технических наук, доцент; доцент кафедры физики, радиотехники и электроники; Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина; fortunova.nata@mail.ru

Nataliya A. Fortunova – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor; Assistant Professor of the Department of Physics, Radio Engineering and Electronics; Bunin Yelets State University; fortunova.nata@mail.ru

Ирина Николаевна Зайцева – кандидат педагогических наук, доцент; доцент кафедры физики, радиотехники и электроники; Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина; irina-zai@yandex.ru

Irina N. Zaitseva – Candidate of Pedagogic Sciences, Assistant Professor; Assistant Professor of the Department of Physics, Radio Engineering and Electronics; Bunin Yelets State University; irina-zai@yandex.ru

Евгений Александрович Арнауттов – старший преподаватель кафедры физики, радиотехники и электроники; Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина; arnautoff@list.ru

Eugene A. Arnautov – Senior Lecturer of the Department of Physics, Radio Engineering and Electronics; Bunin Yelets State University; arnautoff@list.ru

