# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

DOI: 10.24143/2072-9502-2019-4-131-140

УДК 519.81

# ЗАДАЧИ ВОЗМОЖНОСТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В МОТИВИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ<sup>1</sup>

Г. П. Виноградов, В. Н. Богатиков, В. Н. Кузнецов

Тверской государственный технический университет, Тверь, Российская Федерация

Предложен подход к решению проблемы построения модели выбора агента, эндогенно формирующего цели своего поведения. Подход предполагает разработку методов принятия решений, учитывающих связь мотивации со стремлением агента к реализации субъективно понимаемых интересов и состояния окружающей среды. Последняя существует в сознании агента только в форме знаковой модели, формируемой им на основе воспринимаемой информации от сенсоров. Она является основой для понимания агентом текущей ситуации и последующего выбора способа действий. Стремление агента к укреплению его уверенности в осуществимости способа действий и возможности достижения желаемого состояния требует от него использования процедур формирования модели-представления на основе измеренных значений состояния окружающей среды. Рассматриваются случаи применения методов теории возможностей для моделирования реальности искусственной или естественной сущностью на основе восприятия фактов, имеющихся знаний, памяти, суждений и гипотез.

**Ключевые слова:** мотивация, возможностная оптимизация, целеустремленный субъект, множество, модельное пространство, нечеткое суждение, ситуация выбора.

Для цитирования: Виноградов Г. П., Богатиков В. Н., Кузнецов В. Н. Задачи возможностной оптимизации в мотивированных системах // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2019. № 4. С. 131–140. DOI: 10.24143/2072-9502-2019-4-131-140.

#### Введение

В связи с развитием цифровой экономики актуальной проблемой является создание биотехнических комплексов, реализующих поведение, подобное человеческому [1, 2]. Необходимость их создания обусловлена тем, что свойства окружения в настоящее время таковы, что требуемая скорость принятия решений приближается, а в некоторых ситуациях превышает предельно возможные скорости принятия решений человеком. Традиционно такие исследования относятся к проблематике теории мультиагентных систем (МАС) [2] и теории распределенного искусственного интеллекта [3]. Отсутствие прогресса в решении этой проблемы анализировалось в работах [1, 2, 4]. Основная причина состоит в том, что системы управления, построенные на основе результатов этих теорий, не учитывают особенности восприятия состояния среды, мотивационную и эмоциональную составляющие, присущие «естественным сущностям» [2, 4].

Мотированные системы – это такие системы, поведение которых определяется некоторой интегральной эмоциональной оценкой своего состояния. К числу таких систем следует причислить и человека. Интегральная эмоциональная оценка в таких системах в [1] определена как «степень удовлетворенности» субъекта своим состоянием в ситуации выбора. Эту оценку субъект выражает в термах лингвистической шкалы от крайне отрицательной до максимально возможной в конкретном контексте. Желание выйти из состояния, имеющего отрицательную эмоциональную

 $<sup>^{1}</sup>$  Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ РАН (гранты № 17-01-00728 и 17-07-01368).

оценку, и продлить состояние с положительными оценками, данное нам в инстинктах, следует рассматривать как движущую силу для субъекта действовать (принимать решения), чтобы обеспечить выживание, поиск и накопление новых знаний. Это позволило ввести в проблематику теории принятия решений принцип эндогенного формирования целей на основе анализа субъектом причин своего эмоционального состояния [3, 4].

Леятельность, наблюдаемая часть поведения, всегда связана с принятием решений, а также разработкой новых способов и стратегий деятельности. Практика реализации выбранного способа действия наступает тогда, когда субъект испытывает определенную степень уверенности в возможности достижения заявляемых целей выбранным способом действия. Необходимость гарантировать при принятии решений определенный уровень убежденности получения желаемых результатов определяет целесообразность использования смысловых аналогов возможностной переменной при принятии решений. Это, например, степень достижения цели, применяемая в методе анализа затрат и результатов, или оценка качества продукции и т. п. В свою очередь, нечеткость оценок учитываемых параметров возникает в результате того, что основным процессом, который обеспечивает входную информацию для выбора, является восприятие. Это функциональный отклик на некоторый стимул. Второй процесс - это осознание, восприятие своего умственного состояния. Третий – память, которая дает возможность субъекту откликаться на то, что он ощущал раньше. В результате у целеустремленного субъекта формируется модель ситуации выбора. Она представляет множество структурных и функциональных свойств, которыми, по убеждению целеустремленного субъекта, обладает ситуация выбора, и которые, по его убеждению, влияют на его удовлетворенность или неудовлетворенность ситуацией [2]. Качественная теория возможностей тесно связана с теорией пересмотра убеждений и рассуждениями здравого смысла, за исключением искаженных знаний в искусственном интеллекте [5, 6]. В теории возможности используются две дуальные (dual) функции (меры возможности и необходимости). Теория возможности используется при обработке неполной информации. Концепция возможности позволяет оценить [5–7]:

- осуществимость: возможно ли сделать что-то (статистическое, физическое, т. е. связанное с экспериментом и определением частоты появления события);
- правдоподобие: возможно, что-то происходит (эпистемологическое, связанное с субъективными суждениями);
  - согласованность: совместимость с известными наблюдениями (логическое);
- разрешение: разрешается делать что-то (деонтическое. Деонтическая логика оперирует понятиями: обязательства, разрешения, норма и исследует логическую структуру и логические связи нормативных высказываний норм).

Теория возможностей, прежде всего, является естественным обобщением теории ошибок (в теории ошибок результат измерения представляется множеством возможных значений измеряемой характеристики объекта), допускающим градации возможностей тех или иных значений ошибки. С другой стороны, теорию возможностей, позволяющую формально охарактеризовать градации модальностей типа «возможно» и «необходимо» естественно рассматривать и как модель субъективных суждений, в которой представлены в той или иной степени возможные и более или менее необходимые (достоверные) события, а также и другие атрибуты субъективных суждений, такие, например, как «некоторые», «почти все», «приблизительно», «довольно точно», «слегка» и т. д., свойственные и научному языку.

Приведенные ниже результаты основываются на работах [4, 5]. Так, Ю. П. Пытьев предложил вариант теории возможностей, в котором возможность и необходимость определяются значениями линейного счетно-аддитивного функционала (интеграла). Содержательное толкование теоретико-возможностных методов существенно отличается от теоретико-вероятностных. Возможность события, в отличие от вероятности, которая оценивает частоту его появления в регулярном стохастическом эксперименте, ориентирована на относительную оценку истинности данного события, его предпочтительности в сравнении с любым другим. То есть содержательно могут быть истолкованы лишь отношения «больше», «меньше» или «равно». Вместе с тем возможность не имеет событийно-частотной интерпретации (в отличие от вероятности), которая связывает ее с экспериментом. Тем не менее, теория возможностей позволяет математически моделировать реальность на основе опытных фактов, знаний, гипотез, суждений исследователей [6, 7].

#### Возможностная оптимизация

Введем необходимые понятия. Согласно [5–7] пусть  $\Gamma$  – модельное пространство с элементами  $\gamma \in \Gamma$ ,  $P(\Gamma)$  – множество всех подмножеств множества  $\Gamma$ . Возможностной мерой называется функция множества  $\pi$ :  $P(\Gamma) \to E^1$ , где  $E^1$  – числовая прямая, имеющая свойства:

1) 
$$\pi(\emptyset) = 0$$
,  $\pi(\Gamma) = 1$ ;  
2)  $\pi(\bigcup_{i \in I} A_i) = \sup_{i \in I} \pi(A_i)$ ,  $\forall A_i \in P(\Gamma)$ ,  $\forall I$ ,

где  $\Gamma$  есть обычное множество с элементами  $\gamma \in \Gamma$ ;  $\pi$  — возможностная мера, определяемая вещественной функцией [6]:  $\pi: \Gamma \to E^1$ , значения которой характеризуются ее распределением возможностей  $\mu_A(x) = \pi\{\gamma \in \Gamma: A(\gamma) = x\}$ ,  $\forall x \in X$ , т. е.  $\mu_A(x)$  — это возможность того, что A может принять значение x.

В соответствии с определениями меры возможности  $\pi$  определим возможностную переменную y с помощью отображения f на произвольном четком множестве X и распределение

возможностной переменной  $\mu_{Y}(y)$  в соответствии с [5]:  $f: X \to Y, y \in Y, \pi: P(X) \to E^{1},$ 

$$y = f(x)$$
 для  $\forall x \in X$ ,  $\mu_Y(y) = \pi \left\{ x \in X : f(x) = y \right\} = \pi \left\{ x \in f^{-1} \right\}$ .

Считаем без потери общности, что множество  $f^{-1}$  является нечетким множеством. Тогда  $\mu_{Y}(y) = \sup_{x \in f^{-1}} \mu_{f^{-1}(x)}$ .

В этом случае постановка задачи возможностной оптимизации будет иметь вид

$$f(x) \rightarrow \max, x \in X, f(x) \ge y^*, \mu_y(y) \ge \mu^*.$$
 (1)

Решение задачи (1) обеспечивает максимальную возможность удовлетворенности целеустремленного субъекта результатом выбора на множестве доступных для него действий при гарантированной возможности  $y^*$  и силе его убежденности  $\mu^*$ . Рассмотрим более сложный случай, когда возможностная переменная y определена на четком множестве Z значений критериев z. Тогда

$$Z: X \to E^{n}, \quad f: Z \to E^{1}, \quad \pi: P(Z) \to E^{1};$$

$$y = f(z(x)), \quad z \in Z, \quad x \in X;$$

$$\mu_{Y}(y) = \pi\{z \in Z: f(z) = y\} = \pi\{z \in f^{-1}\};$$

$$\mu_{Y}(y) = \sup_{z \in f^{-1}} \mu_{f^{-1}}(z).$$

В этом случае постановка задачи возможностной оптимизации будет иметь вид

$$f(z(x)) \rightarrow \max, z \in Z, x \in X;$$
  
 $f(z(x)) \ge y^*, \mu_y(y) \ge \mu^*.$ 

Рассмотрим нечеткие множества X, Z и отображение  $Z: X \to Z$  с функциями принадлежности  $\{\mu(x), \mu(z), \mu_{X\times Z}(x,z)\}$ . В этом случае будем использовать понятие нечеткого суждения, которое может утверждать связь между предметом и его признаком (суждения о целях и об ограничениях), отношение между предметами (суждения о причинно-следственных связях «если ..., то ...»), факт существования предмета (система находится в определенном состоянии, осуществлено определенное управляющее воздействие). В этом случае мы можем говорить о нечетких целях, ограничениях, причинно-следственных связях, решениях и состояниях. Рассуждение представляет ряд суждений, относящихся к какому-либо вопросу, которые идут одно за другим таким образом, что из предшествующих суждений необходимо вытекают или следуют

другие, а в результате получается ответ на поставленный вопрос. Процесс принятия решений, использующий нечеткие суждения, можно рассматривать как нечеткие рассуждения. Для нашего случая рассмотрим нечеткое суждение «переменная Z может принять значение z и  $x \in X$  и  $z \in Z$  и  $(x,z) \in X \times Z$ », что соответствует нечеткому суждению

$$\{ \gamma \in \Gamma : Z(\gamma) = z, x \in X, z \in Z, (x, z) \in X \times Z \} =$$

$$= \{ \gamma \in Z^{-1}(z) \land (x \in X) \land (z \in Z) \land ((x, z) \in X \times Z) \}.$$

Тогда

$$\mu_{Y}(y) = \min \left\{ \sup_{z \in f^{-1}} \mu_{f-1}(z), \ \mu(x), \ \mu(z), \ \mu_{X \times Z}(x, z) \right\}.$$

Рассмотрим случай, когда z являются возможностными переменными:

$$\mu_z(z) = \sup_{x \in Z^{-1}} \mu_{Z^{-1}}(x);$$

$$\mu_{Y}(y) = \min \left\{ \sup_{z \in f^{-1}} \mu_{f^{-1}}(z), \ \mu(x), \ \mu_{Z}(z), \ \mu_{X \times Z}(x, z) \right\}.$$

В этом случае также применено нечеткое суждение. Допустим, что

$$y = f_y(a, z), a = \{a_i, i \in I\}, z = \{z_i, i \in I\}, y, a_i, z_i \in E^1, i \in I;$$

$$Y: \Gamma \to E^1, A_i: \Gamma_{ai} \to E^1, Z_i: \Gamma_{zi} \to E^1.$$

 $\mu_{Y}(y) \ - \ \text{возможность того, что переменная} \ Y \ \text{может принять значение} \ y, \ \tau. \ e. \ \text{что}$  и  $(y \in Y^{-1}(\gamma_y), \, \gamma_y \in \Gamma_y)$ , и для  $\forall i \in I \ (a_i \in A_i^{-1}(\gamma_{ai}), \, \gamma_{ai} \in \Gamma_{ai})$ , и для  $\forall i \in I \ (z_i \in Z_i^{-1}(\gamma_{zi}), \, \gamma_{zi} \in \Gamma_{zi})$ , и  $y = f_v(a, z)$ , где  $a = \{a_i, \, i \in I\}$ ,  $z = \{z_i, \, i \in I\}$ .

Последнее условие равносильно и для  $\forall i \in I$ , и для  $(a_i \in A_i^{-1}(\gamma_{ai}), \gamma_{ai} \in \Gamma_{ai})$ , и для  $(z_i \in Z_i^{-1}(\gamma_{zi}), \gamma_{zi} \in \Gamma_{zi})$ . Тогда

$$\begin{split} \mu_{Y}(y) &= \mu((y \in Y^{-1}(\gamma_{y}), \ \gamma_{y} \in \Gamma_{y}) \land (\bigwedge_{i \in I}(a_{i} \in A_{i}^{-1}(\gamma_{ai}), \gamma_{ai} \in \Gamma_{ai}) \land \\ &\land (\bigwedge_{i \in I}(z_{i} \in Z_{i}^{-1}(\gamma_{zi}), \gamma_{zi} \in \Gamma_{zi})) = \min\{\sup_{\gamma_{y} \in Y^{-1}} \mu_{Y^{-1}}(y), \\ &\min\{\sup_{i \in I} \mu_{A_{i}^{-1}} \mu_{A_{i}^{-1}}(a_{i})\}, \ \min_{i \in I} \{\sup_{\gamma_{zi} \in Z_{i}^{-1}} \mu_{Z_{i}^{-1}}(z_{i})\}\}. \end{split}$$

# Возможностная оптимизация представлений целеустремленных субъектов

Рассмотрим модельное пространство следующего вида:

$$\Gamma = \{ \langle f(z(x)), Z, X, x = \arg \max \{ f(z(x)) : z \in Z, x \in X \} \rangle \}.$$

Здесь  $\gamma = \langle f(z(x)), Z, X, x = \arg\max\{f(z(x)) : z \in Z, x \in X\} \rangle$  соответствует образу и представлению целеустремленного субъекта о постановке и решении задачи оптимизации.

Возможностная переменная w может быть определена с помощью отображения W на модельном пространстве  $\Gamma$ , а распределение возможностной переменной  $\mu_{w}(w)$  определено с помощью меры возможности  $\pi$ :

$$W: \Gamma \to E^{-1}, \mu_W(w) = \pi \left\{ \gamma \in \Gamma : W(\gamma) = w \right\} = \pi \left\{ \gamma \in W^{-1} \right\};$$
  
$$\mu_W(w) = \min \left\{ \sup_{\gamma \in W^{-1}} \mu_{W^{-1}}(\gamma), \ \mu_{\Gamma}(\gamma) \right\}.$$

В этом случае также может быть рассмотрено нечеткое суждение и задача возможностной оптимизации будет иметь вид

$$W(\gamma) \to \max, \ \gamma \in \Gamma;$$
  
 $W(\gamma) \ge w^{**}, \ \mu_W(w) \ge \mu^{*}.$ 

Решение задачи обеспечивает максимальную возможность удовлетворенности целеустремленного субъекта своими представлениями о постановке и решении задачи оптимизации при гарантированной возможности  $w^*$  и силе его убежденности  $\mu^*$ .

Можно ввести критерии оценки решений задач оптимизации  $k \in K$ . Тогда  $\Phi : \Gamma \to K$ . В этом случае также рассматривается нечеткое суждение вида

$$\mu_{W}(w) = \min \{ \sup_{\gamma \in K^{-1}} \mu_{K^{-1}}(k), \ \mu_{K}(k), \ \mu_{K \times \Gamma}(k, \ \gamma), \ \mu_{\Gamma}(\gamma) \}.$$

Постановка задачи выбора будет иметь вид

$$W(\gamma) \to \max, \ \gamma \in \Gamma;$$
  
 $W(\gamma) \ge w^*, \ \mu_W(w) \ge \mu^*.$ 

Рассмотрим теперь продвижение к цели  $\gamma^*$  целеустремленного субъекта на интервале  $(t_1-t_m)$  [1]. Ожидаемая ценность относительно результата z монотонно возрастает на этом интервале. Цель (долгосрочный желаемый результат) для целеустремленного субъекта для множества окружений выбора на интервале времени  $(t_1-t_n)$  представляет последний результат (задачу)  $\gamma_n = \gamma^*$  из множества доступных для целеустремленного субъекта результатов (задач)  $\Gamma = \left\{ \gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_i, ..., \gamma_n = \gamma^* \right\}$ , упорядоченных так, что

$$\gamma_1 \succ \gamma_2 \succ \gamma_3 \succ ... \succ \gamma_i \succ ... \succ \gamma_{n-1} \succ \gamma_n = \gamma^*$$

для целеустремленного субъекта за время  $(t_1 - t_n)$ . Причем  $\gamma^*$  недоступен для него в окружениях из данного множества окружений на интервале  $(t_1 - t_n)$ , но существует результат (1 < I < n), являющийся задачей для целеустремленного субъекта в этих окружениях на интервале  $(t_1 - t_n)$ , такой, что при его достижении возрастает возможность того, что целеустремленный субъект получит результат  $\gamma^*$  в более поздний момент времени  $t_i$  (i < n).

Рассмотрим множество задач

$$\Gamma = \{\gamma_1, \ \gamma_2, \ ..., \ \gamma_i, \ ..., \ \gamma_n = \gamma^*\}, \ \Gamma = \bigcup_{i \in I} \Gamma_i, \ \Gamma_i = [\gamma_i = (\gamma_{i-1} \bigcup \{\gamma_{il}^+ : l \in L\}) \setminus \{\gamma_{i\lambda}^- : \lambda \in \Lambda\}], \ \forall i \in I, f_i : \Gamma_i \rightarrow E^1.$$

Задача  $\gamma_i$  в момент i представляет множество мероприятий при решении задачи в момент (i-1), объединенных с множеством  $\{\gamma_{il}^+: l \in L\}$  «сильных» мероприятий, добавленных в момент i, и из которого в этот момент исключены «слабые мероприятия»  $\{\gamma_{il}^-: \lambda \in \Lambda\}$ . Тогда

$$\mu_{Y_i}(y_i) = \pi\{\gamma_i \in \Gamma_i : f_i(\gamma_i) = y_i\} = \pi\{\gamma_i \in f_i^{-1}\};$$

$$\mu_{Y_i}(y_i) = \sup_{\gamma_i \in f_i^{-1}} \mu_{f^{-1}}(\gamma_i = (\gamma_{i-1} \bigcup \{\gamma_{il}^+ : l \in L\}) \setminus \{\gamma_{i\lambda}^- : \lambda \in \Lambda\}).$$

В этом случае также применено нечеткое суждение. Если множества  $\{\gamma_{il}^+: l \in L\}$  и  $\{\gamma_{i\lambda}^-: \lambda \in \Lambda\}$  являются нечеткими, то  $\mu_{\gamma_i}(y_i) = \min\{\max\{\sup_{\gamma_{i-1} \in f_{i-1}^{-1}} \mu_{f_{i-1}^{-1}}(\gamma_{i-1}), \min_{l \in L} \mu_{il}(\gamma_{il}^+)\}, (1-\min_{\lambda \in \Lambda} \mu_{i\lambda}(\gamma_{i\lambda}^-))\}$ , и задача возможностной оптимизации для каждого  $i=1,2,\ldots,n$  будет иметь вид  $f_i(\gamma_i) \to \max$ ,  $\gamma_i \in \Gamma_i, \ f_i(\gamma_i) \ge y^*, \ \mu_{\Sigma}(y_i) \ge \mu^*.$ 

Решение задачи обеспечивает максимальную возможность удовлетворенности целеустремленного субъекта на множестве доступных для него решений задачи оптимизации  $\gamma$  при гарантированной возможности  $w^*$  и силе его убежденности  $\mu^*$ .

# Возможностная оптимизация в целеустремленных группах

Рассмотрим группу целеустремленных субъектов  $j \in J$ , которые стремятся к достижению своих целей с помощью действий  $x \in X$  и  $x_j \in X_j$ . Введем возможностную переменную достижения цели группы y и возможностные переменные достижения целей субъектов  $v_j$ . Цели группы и субъектов описываются с помощью целевых критериев  $z \in Z$  и  $z_j \in Z_i$ . Пусть

$$Z: X \to E^{n}, f: Z \to E^{1}, \pi: P(Z) \to E^{1};$$

$$y = f(z(x)), z \in Z, x \in X;$$

$$\mu_{Y}(y) = \pi \left\{ z \in Z: f(z) = y \right\} = \pi \left\{ z \in f^{-1} \right\};$$

$$\mu_{Y}(y) = \sup_{z \in f^{-1}} \mu_{f^{-1}}(z).$$

Пусть для каждого целеустремленного субъекта будет выполняться следующее:

$$\forall j \in J \; ; \; Z_{j} : X_{j} \to E^{n}; \quad f_{j} : Z_{j} \to E^{1}; \quad f_{j} : Z_{j} \to E^{1};$$

$$v_{j} = f_{j}(z_{j}(x)), \; z_{j} \in Z_{j}, \quad x \in X;$$

$$\mu_{f_{j}}(v_{j}) = \pi\{z_{j} \in Z_{j} : f_{j}(z_{j}) = v_{j}\} = \pi\{z_{j} \in v_{j}^{-1}\};$$

$$\mu_{f_{j}}(v_{j}) = \sup_{z_{j} \in Z_{j}^{-1}} \mu_{f_{j}}(z_{j});$$

$$z_{j} \in Z_{j}^{-1}, \quad x \in X\}, R = \bigcap_{j \in J} R_{j}.$$

$$R_{j} = \arg\max\{f_{j}(z_{j}(x)) : z_{j} \in Z_{j}, x \in X\}, R = \bigcap_{j \in J} R_{j}.$$

Рассмотрим возможностную переменную w, оценивающую возможность выполнения ограничения  $x \in R$ , причем

$$\begin{split} W: X \to E^1; \, \pi: P(X) \to E^1; \\ w &= W(x) \, \text{для} \, \forall x \in X; \\ \mu_W(w) &= \pi\{x \in X: W(x) = w, \, x \in R_j, \, j \in J\} = \pi\{x \in W^{-1}, \, x \in R_j, \, j \in J\}; \\ \mu_W(w) &= \min\{\sup_{x \in W^{-1}} \mu_{w^{-1}}(x), \, \min_{j \in J} \{\mu_{R_j}(x), \, j \in J\}. \end{split}$$

В этом случае также рассмотрено нечеткое суждение, а задачу возможностной оптимизации в целеустремленных группах можно записать в виде

$$f(z(x)) \to \max, z \in Z, x \in X;$$

$$y = f(z(x)) \ge y^*, v_j = f(z_j(x)) \ge v^*;$$

$$w = W(x) \ge w^*, \mu_{\gamma}(y) = \sup_{z \in f} \mu_{-1}(z) \ge \mu^*;$$

$$\mu_{V_j}(v_j) = \sup_{z_j \in V_j} \mu_{-1}(z_j) \ge \mu^*;$$

$$z_j \in V_j$$

$$\mu_{W}(w) = \min\{\sup_{x \in W} \mu_{-1}(x), \min\{\mu_{R_j}(x), j \in J\} \ge \mu^*.$$

Рассмотрим случай, когда осуществляется оптимизация уровня k, определенного с помощью целевых критериев z, при ограничениях по возможности удовлетворенности  $y^*$  и по силе убежденности  $\mu^*$ :

$$k(x) \to \max, x \in X;$$

$$k(x) \ge y^*, \ \mu_Y(y) = \sup_{k \in f^{-1}} \mu_{f^{-1}}(k) \ge \mu^*, \ w = W(x) \ge w^*;$$

$$\mu_W(w) = \min\{\sup_{x \in W^{-1}} \mu_{W^{-1}}(x), \ \min_{j \in J} \{\mu_{R_j}(x), \ j \in J\} \ge \mu^*.$$

В этом случае также рассмотрено нечеткое суждение. Рассмотрим модельное пространство следующего вида

$$\Gamma = \bigcap_{j \in J} \Gamma_j, \ \ \Gamma_j = \{ < f_j(z_j(x)), Z, X \} >, \ \ x = \underset{z_j \in Z, x \in X}{\arg\max} \{ f_j(z_j(x)) \}, j \in J.$$

Введем возможностную переменную w, определенную с помощью отображения W на модельном пространстве  $\Gamma$ , меру возможности  $\pi$  и определенное с ее помощью распределение возможностной переменной  $\mu_W(w)$ . Справедливо утверждение

$$\begin{split} W:\Gamma \to E^{-1}; \\ \mu_W(w) &= \pi\{\gamma \in \Gamma: W(\gamma) = w\} = \pi\{\gamma \in W^{-1}\}; \\ \mu_W(w) &= \min\{\sup_{\gamma \in W^{-1}} \mu_{W^{-1}}(\gamma), \ \mu_{\Gamma}(\gamma) = \min_{j \in J} \mu_{\Gamma_j}(\gamma_j): \gamma \in \Gamma, \ \gamma_j \in \Gamma_j\}. \end{split}$$

Тогда задача возможностной оптимизации будет иметь вид

$$W(\gamma) \to \max, \ \gamma \in \Gamma, \ W(\gamma) \ge w^*, \ \mu_W(w) \ge \mu^*.$$

Решение данной задачи обеспечивает максимальную возможность удовлетворенности целеустремленного субъекта на множестве доступных для него решений задачи оптимизации  $\gamma$  при гарантированной возможности  $w^*$  и силе его убежденности  $\mu^*$ .

*Пример.* Для сравнительного анализа полученных результатов рассмотрим модельную задачу при отсутствии нечеткости [6]:

$$x_1 + 5x_2 \to \max;$$

$$\begin{cases} 8x_1 - 2x_2 - 14 = 0; \\ x_1 - 5x_2 = 0; \\ x \in E_+^2. \end{cases}$$

Для нее существует единственное решение:

$$x_1 \approx 1.842$$
;  $x_2 \approx 0.368$ ;  $f_c(x_1, x_2) = 3.682$ .

Введем  $T_w$  – нечеткие величины [6]. Тогда эквивалентным детерминированным вариантом задачи возможностного программирования для модельного примера будет задача линейного программирования (соответствующие выкладки сделаны на основе результатов [6]):

$$\begin{split} &1,5x_1+5,75x_2 \to \max; \\ &6,95x_1-2,35x_2 \le 16,45; \\ &9,05x_1-1,65x_2 \le 11,55; \\ &0,4x_1-6,2x_2 \le 1,5; \\ &1,6x_1-3,8x_2 \ge -1,5; \\ &x \in E_+^2. \end{split}$$

Ее решением будет  $x_1 \approx 2,915$ ;  $x_2 \approx 1,6223$ ;  $f_c(x_1, x_2) = 13,701$ .

Агрегирование нечеткой информации выполнялось с помощью t-нормы и s-конормы [5–7], которые расширяют операции типа min и max над возможностными переменными.

Использование суждений экспертов в преобразованиях задачи возможностного программирования в ее детерминированный аналог при определении левой и правой границ α-уровнего множества позволило получить следующую задачу линейного программирования:

$$\begin{aligned} &1,64x_1+6,01x_2 \to \max; \\ & \left\{ \begin{matrix} 7,12x_1-2,28x_2 \leq 17,2; \\ 8,9x_1-1,61x_2 \leq 10,45; \\ 0,39x_1-5,9x_2 \leq 1,8; \\ 1,59x_1-3,67x_2 \geq -1,48; \\ x \in E_+^2. \end{matrix} \right. \end{aligned}$$

Ее решением будет  $x_1 \approx 3.01$ ;  $x_2 \approx 1.72$ ;  $f_c(x_1, x_2) = 14.05$ .

Анализ полученных результатов показал, что область решений получается более компактной, а решение – менее размытым.

#### Заключение

Рассмотрен подход к решению проблемы субъективного выбора на основе суждений субъекта о свойствах ситуации выбора и эмоциональных оценок свойств ситуации выбора. Несмотря на очень большое число параметров, воздействующих на организм, эмоциональная оценка текущего состояния в каждый момент только одна. Это интегральная оценка, хотя в принципе эмоциональных оценок несколько и они выражаются вербально и делятся на классы объектов: эмоциональные оценки прошлого, настоящего и ожидаемого будущего.

Обычная ситуация выбора — враждебная окружающая среда старается ввести агента в неблагоприятное для него состояние. Аппарат эмоций реагирует на это «неприятной» эмоциональной оценкой. Агент, мотивированный эмоциями, старается сделать все возможное, чтобы повысить свою эмоциональную оценку в более или менее отдаленном будущем, выбирая оптимальный вариант будущего именно по прогнозируемым им эмоциональным оценкам. Определение таких воздействий на среду, которые могли бы помочь агенту целенаправленно выходить из плохих состояний и переходить в хорошие, предлагается сделать на основе результатов теории возможностей.

Показано, что аппарат эмоций решает несколько различных задач и является сложной многофункциональной подсистемой системы управления агента, которая устанавливает отношение между состояниями системы и его эмоциональными ощущениями. Кроме того, аппарат эмоций задает постоянное стремление к улучшению эмоциональных ощущений, тем самым являясь причиной постоянной внутренней активности системы управления агента, например запускает механизм рассудочной деятельности агента.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Vinogradov G. P., Vinogradova N. G.* Decision-Making by Agents with Endogenous Aims // Proceedings of the III International Scientific Conference "Information Technologies in Science, Management, Social Shfere and Medicine" (ITSMSSM 2016) (Tomsk, 23–26 May 2016). Tomsk: Atlantis Press, 2016. P. 77–83.
- 2. *Городецкий В. И.*, *Самойлов В. В.*, *Троцкий Д. В.* Базовая онтология коллективного поведения автономных агентов и ее расширения // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2015. № 5. С. 102-121.
- 3. *Баранов В. В.* Игровые методы стохастического оптимального управления и принятия решений при неопределенности относительно состояния в условиях сопряженной базы // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2000. № 3. С. 43–53.
- 4. Виноградов Г. П., Виноградова Н. Г., Фомина Е. Е. Принятие решений в эмоционально мотивированных системах // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: тр. XIX Междунар. конф. (Самара, 12-15 сентября 2017 г.). Самара: Офорт, 2017. С. 303-310.
  - 5. Пытьев Ю. П. Возможность: элементы теории и применения. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 190 с.
- 6. *Язенин А. В.* Основные понятия теории возможностей: математический аппарат для принятия решений в условиях гибридной неопределенности. М.: Физматлит, 2016. 144 с.
  - 7. Zadeh L. Fuzzy set as a basis for a theory of possibility // Fuzzy Sets and Systems. 1978. V. 1. P. 3–28.

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Виноградов Геннадий Павлович** — Россия, 170026, Тверь; Тверской государственный технический университет; д-р техн. наук, профессор; профессор кафедры информатики и прикладной математики; wgp272ng@mail.ru.

**Богатиков Валерий Николаевич** – Россия, 170026, Тверь; Тверской государственный технический университет; д-р техн. наук, профессор; профессор кафедры информационных систем; vnbgtk@mail.ru.

**Кузнецов Владимир Николаевич** – Россия, 170026, Тверь; Тверской государственный технический университет; д-р техн. наук, профессор; зав. кафедрой бухучета и аудита; wgp272ng@mail.ru.



# FUZZY LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS IN MOTIVATED SYSTEMS

G. P. Vinogradov, V. N. Bogatikov, V. N. Kuznetsov

Tver State Technical University, Tver, Russian Federation

**Abstract.** The paper presents an approach to solving the problem of agent selection model, where the agent endogenously forms the goals of its behavior. The approach involves the development of decision-making methods, taking into account the relationship of motivation with the desire of the agent to implement subjectively understood interests and the state of the environment. The environment exists only in the mind of the agent in the form of a symbolic model based on the information perceived from the sensors. It serves as a basis for the agent's understanding of the current situation and subsequent choice of the method of action. Desire of the agent to strengthen the confidence in feasibility of the method of action and possibility of achieving the desired state requires to use the procedures for forming a model-representation based on the measured values of the state of the environment. There are considered the cases of applying the methods of the possibility theory for modeling reality with an artificial or natural entity based on the perception of facts, existing knowledge, memory, judgments and hypotheses.

**Key words:** motivation, fuzzy linear programming, goal-oriented agent, set, model space, fuzzy judgment, choice situation.

**For citation:** Vinogradov G. P., Bogatikov V. N., Kuznetsov V. N. Fuzzy linear programming problems in motivated systems. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics.* 2019;4:131-140. (In Russ.) DOI: 10.24143/2072-9502-2019-4-131-140.

#### REFERENCES

- 1. Vinogradov G. P., Vinogradova N. G. Decision-Making by Agents with Endogenous Aims. *Proceedings of the III International Scientific Conference "Information Technologies in Science, Management, Social Shfere and Medicine" (ITSMSSM 2016) (Tomsk, 23–26 May 2016).* Tomsk, Atlantis Press, 2016. Pp. 77-83.
- 2. Gorodetskii V. I., Samoilov V. V., Trotskii D. V. Bazovaia ontologiia kollektivnogo povedeniia avtonomnykh agentov i ee rasshireniia [Basic ontology of collective behavior of autonomous agents and its expansion]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, 2015, no. 5, pp. 102-121.
- 3. Baranov V. V. Igrovye metody stokhasticheskogo optimal'nogo upravleniia i priniatiia reshenii pri neopredelennosti otnositel'no sostoianiia v usloviiakh sopriazhennoi bazy [Game methods of stochastic optimal control and decision making with uncertainty about state in conjugate base]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, 2000, no. 3, pp. 43-53.
- 4. Vinogradov G. P., Vinogradova N. G., Fomina E. E. Priniatie reshenii v emotsional'no motivirovannykh sistemakh [Decision making in emotionally motivated systems]. *Problemy upravleniia i modelirovaniia v slozhnykh sistemakh: trudy XIX Mezhdunarodnoi konferentsii (Samara, 12–15 sentiabria 2017 g.)*. Samara, OOO «Ofort» Publ., 2017. Pp. 303-310.
- 5. Pyt'ev Iu. P. *Vozmozhnost': elementy teorii i primeneniia* [Opportunity: elements of theory and application]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2000. 190 p.

- 6. Iazenin A. V. Osnovnye poniatiia teorii vozmozhnostei: matematicheskii apparat dlia priniatiia reshenii v usloviiakh gibridnoi neopredelennosti [Basic concepts of possibility theory: mathematical apparatus for decision-making in hybrid uncertainty]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2016. 144 p.
  - 7. Zadeh L. Fuzzy set as a basis for a theory of possibility. Fuzzy Sets and Systems, 1978, vol. 1, pp. 3-28.

The article submitted to the editors 30.07.2019

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Vinogradov Gennady Pavlovich* – Russia, 170026, Tver; Tver State Technical University; Doctor of Technical Sciences, Professor; Professor of the Department of Computer Science and Applied Mathematics; wgp272ng@mail.ru.

**Bogatikov Valery Nikolaevich** – Russia, 170026, Tver; Tver State Technical University; Doctor of Technical Sciences, Professor; Professor of the Department of Information Systems; vnbgtk@mail.ru.

**Kuznetsov Vladimir Nikolaevich** – Russia, 170026, Tver; Tver State Technical University; Doctor of Technical Sciences, Professor; Head of the Department of Accounting and Audit; wgp272ng@mail.ru.

