Научная статья УДК 681.5, 004.942 https://doi.org/10.24143/2072-9502-2023-3-**-** EDN

Математические модели динамики судов, оснащенных винторулевыми колонками

Дмитрий Александрович Оськин[⊠], Виктория Валерьевна Бочарова, Сергей Владимирович Осипов

Морской государственный университет имени адмирала Г. И. Невельского, Владивосток, Россия, daoskin@mail.ru⊠

Аннотация. Приводятся обзор и анализ математических моделей движения судна, которое управляется с помощью одной или двух винторулевых колонок, и основные задачи, которые решаются с помощью данных моделей. Отмечается, что существует достаточное количество математических моделей, которые описывают движение судна, оснащенного классической схемой управления «руль – гребной винт». Такого рода модели не применимы для рассматриваемого типа судна. Так как судно представляется в виде динамической системы с шестью степенями свободы, на которую воздействуют сложные изменяющиеся внешние условия (ветер, волны и т. д.), в системах управления судном в основном используются модели нелинейного типа, построение которых, а также их использование, является весьма затруднительным ввиду их сложности и малого количества проведенных исследований. Для упрощения решения задач, связанных с управлением судна, перспективно рассматривать движение судна как плоскопараллельное, таким образом можно добиться частичной линеаризации модели, разбивая движение на составляющие – поступательную и вращательную – и используя линейные модели для каждой части.

Ключевые слова: морское судно, движение судна, винторулевая колонка азимутального типа, модель судна, гребной винт, рулевое устройство, движительно-рулевой комплекс

Для цитирования: *Оськин Д. А., Бочарова В. В., Осилов С. В.* Математические модели динамики судов, оснащенных винторулевыми колонками // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2023. № 3. С. **_**. https://doi.org/10.24143/2072-9502-2023-3-**-**. EDN

Original article

Mathematical models of dynamics of vessels equipped with power propellers

Dmitry A. Oskin[⊠], Viktoriya V. Bocharova, Sergei V. Osipov

Maritime State University named after admiral G. I. Nevelskoy, Vladivostok, Russia, daoskin@mail.ru[⊠]

Abstract. The article provides a review and analysis of mathematical models of the movement of a vessel, which is controlled by one or two rudder propellers, and the main tasks that are solved using these models. It has been pointed out that there are a sufficient number of mathematical models that describe the movement of a vessel equipped with a classical control scheme of propulsion: rudder - screw propeller. Such models are not applicable to the type of vessel under consideration. Since the ship is represented as a dynamic system with six degrees of freedom, which is affected by complex changing external conditions (wind, waves, etc.), then the ship's control systems mainly use non-linear models, the construction of which, as well as their use is very difficult, due to their complexity and the small number of studies. To simplify the solution of problems related to the control of the vessel, it is promising to consider the movement of the vessel as plane-parallel. Thus, partial linearization of the model can be achieved by breaking the motion into two components: progressive and rotary motion, as well as using linear models for each part.

Keywords: sea vessel, ship propulsion, azimuthing rudder propeller, vessel model, screw propeller, steering gear, propulsion and steering system

For citation: Oskin D. A., Bocharova V. V., Osipov S. V. Mathematical models of dynamics of vessels equipped with power propellers. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*. 2023;3:**-**. (In Russ.). https://doi.org/10.24143/2072-9502-2023-3-126-132.

Введение

Задача управления морскими судами является актуальной и связана с необходимостью создания

новых, современных систем управления, обеспечивающих безопасность мореплавания и энергосбережение. Даная задача неразрывно связана с использованием методов моделирования, для которых необходимо разработать математическую модель, учитывающую динамику судна при маневрировании в различных условиях плавания, а также с решением задач анализа и синтеза систем управления.

Для решения практически любой задачи синтеза систем управления математическая модель управляемого объекта является основой. Среди многообразия моделей динамики морских судов можно выделить классические модели линейного типа Номото 1-го и 2-го порядка, также нелинейные модели Норбинна и Беха [1, 2]. Но они описывают движение судна в контексте управления рулем, при этом скорость движения, боковой снос, влияние внешних воздействий не учитываются. Наряду с такими моделями используются модели плоскопараллельного движения (движения по поверхности) [3]. Как правило, эти модели представляются в векторно-матричной форме, являются многовходовыми (можно учесть несколько управляющих воздействий, внешние возмущения) и позволяют собрать вместе контролируемые величины (скорость поступательного движения, дрейф или боковой снос, рысканье).

Таким образом, использование многомерных моделей, представленных в векторно-матричной форме, является перспективным для описания движения судов, управляемых средствами активного управления.

Материалы исследования

Целью настоящего исследования являются вопросы управления при маневрировании судов, управляемыми винторулевыми колонками (ВРК), обзор моделей, используемых для представления динамики такого типа судов, и возможность параметрической идентификации для класса моделей, представленных в векторно-матричной форме.

При управлении движением судна различаются две основные задачи [1]:

 задача траекторного управления, состоящая в стабилизации движения по траектории запланированного маршрута, которая должна обеспечивать движение судна вдоль заданной траектории, минимизируя отклонение от нее;

 задача курсового управления, состоящая в удержании судна на заданном курсе.

В работах [4, 5] рассмотрены основные режимы управления для судов, оснащенных двумя азимутальными ВРК: круизный режим, или режим открытого моря, жесткий и мягкий режимы маневрирования, а также выполнение маневра остановки. В первом случае ВРК используются для маневров (операция швартовки и т. д). В этом случае происходит автоматическое снижение мощности примерно до 50-60 % самой системой (если такая возможность предусмотрена на судне), поворот на 360° разрешен. Во втором случае один ВРК, левый или правый (зависит от направления поворота), используется для выполнения маневров. При этом доступная мощность ограничена примерно 50-60 % от общей, а углы поворота ВРК ограничены 35°. Из-за того, что углы поворота ВРК бр ∈ [0; 360°], могут появиться нежелательные взаимные расположения ВРК, которые могут вызвать большой угол крена судна и поставить под угрозу его устойчивость, а также очень высокие нагрузки на конструкцию ВРК. При маневрировании во время остановки также должны соблюдаться ограничения на реверс оборотов гребного винта или разворот ВРК для создания обратной тяги (в этом маневре рекомендуется поворачивать ВРК наружу, но вращать их внутрь не запрещено).

В работе [6] обсуждаются основы управления судном с двумя поворотными ВРК азимутального типа. Рассмотрим и проанализируем приведенные результаты. Основное различие между управлением судном с обычным движительно-рулевым комплексом и судном, оснащенным ВРК, заключается в том, что поворот руля по правому борту заставляет судно поворачивать к правому борту, если рулевая колонка направлена по правому борту, то происходит поворот судна влево.

Более запутанная ситуация возникает, когда обе рулевые колонки (у судна, оснащенного двумя ВРК) используются одновременно и по отдельности. Без предварительной подготовки результат конкретной настройки ВРК достаточно трудно предсказать. Кроме того, возможность поворота ВРК на 360°, а также возможность изменения направления вращения гребных винтов приводит к тому, что многие другие маневры могут выполняться не так, как в обычных судах с движительнорулевыми комплексами.

Движение судна с двумя ВРК (рис.) рассматривается как составное: поступательное движение или движение центра масс (точки G) (активное маневрирование при выполнении морских операций) и вращательное движение или вращение вокруг центра масс судна, расположенного на линии 0X диаметральной плоскости (ДП) с координатами (0,5L; 0) (переход с одного постоянного курса на другой).



Распределение сил упоров двухвинтового ВРК: *а* – при движении вперед;

б – при повороте влево синхронной перекладкой колонок; *в* – при повороте влево перекладкой одной колонки;
 a – расстояние ВРК до кормы; *V* – скорость поступательного движения судна; *G* – центр масс судна; *P_n* – сила тяги левого ВРК; *P_n* –сила тяги правого ВРК; *b*₀ – расстояние между ВРК; *ω* – скорость вращательного движения судна; *α_n* – путевой угол; *δ_p* – угол направления ВРК

Distribution of forces of the stops of the twin-screw RP: *a* – moving forward;

 δ – turning left by synchronous shifting of the columns; e – turning left by shifting one propeller; a – distance from the rudder propeller to the stern; V – velocity of the forward movement of the vessel; G – vessel's center of gravity; P_a – thrust force of the left rudder propeller; P_n – hrust force of the right rudder propeller; b_0 – distance between the rudder propellers; ω – rotational speed of the vessel; α_n – track angle; δ_p – rudder propeller direction angle

Поступательное движение судна

Для поступательного движения в работе [6] вводятся следующие допущения:

– рассмотрение движения судна как материальной точки G с действующим на нее суммарным вектором \bar{P}_{Σ} движущих сил и имеющей скорость, равную скорости поступательного движения судна V;

– постоянная скорость движения судна $\bar{V} =$ const.

Основным конструктивным условием работы пропульсивного комплекса судов является симметричность работы движителей, т. е. $\bar{P}_n = \bar{P}_n$.

Движение постоянным курсом требует устойчивости движения при определяющих параметрах: постоянной времени задержки и характеристики одерживания поворота. Упор винтов (см. рис., *a*) обеспечивает движение со скоростью \bar{V} силой \bar{P}_{Σ} , которая в условиях эксплуатации судна может быть определена по величине предельной мощности ВРК *N* (на швартовых) [6].

При появлении внешних возмущений их компенсацию предлагается производить двумя способами:

 незначительное уменьшение упора винта на борту, который противоположен стороне сноса;

 постоянная перекладка движителей на постоянный угол, при котором боковая сила компенсирует снос и манипулирование, для удержания на курсе, вокруг этого положения.

Выполнение перехода на новый курс

Выполнение перехода на новый курс при движении полным ходом можно выполнять двумя способами: синхронной перекладкой приводов обоих движителей на угол δp в сторону, противоположную повороту (см. рис., δ), или сохранение одного из движителей неизменным и перекладка другого на определенный угол (см. рис., β).

Недостатком синхронного управления колонками для поворота является падение упора винтов, которое практически пропорционально углу перекладки колонки.

Другим способом экономичного удержания судна на курсе является выставление одной из колонок в положение параллельно ДП и манипулирование другой относительно среднего положения. Чтобы достигнуть максимального эффекта, манипулировать рекомендуется колонкой, которая находится на наветренном борту. Это незначительно уменьшает упор колонки и компенсирует снос, позволяя удерживать судно на курсе манипуляцией перекладки вокруг линии, параллельной ДП.

Если необходимо выполнить поворот на угол более 30°, то можно использовать перекладку колонки стороны поворота на угол до 90° (см. рис., e). Это соответствует результирующему упору на угол 45° (при симметричном упоре обоих винтов), однако при этом гидродинамическая сила на колонке будет уменьшаться за счет срыва потока воды.

Таким образом, выполнение операции удержания судна на курсе и поворот на полном ходу могут быть выполнены оптимальным образом при манипуляции одной из колонок. Однако получить расчетным способом значения сил на колонках затруднительно из-за отсутствия корректных методик определения гидродинамических сил на корпусе ВРК.

Математические модели движения судов

Математические модели движения судов, как и любые другие модели управляемых объектов, представляются в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений, связывающих кинематические параметры движения судна с управляющими силами и моментами, формируемыми движительно-рулевым комплексом (ДРК), а также внешними силами, действующими на корпус судна в процессе движения. Как правило, подобные уравнения являются существенно нелинейными, и анализ их затруднен.

В классической литературе, как правило, приводятся модели морских судов, оснащенных традиционным ДРК типа «гребной винт – рулевое устройство»; моделей, описывающих движение судов, оснащенных винторулевыми колонками, – незначительное количество. Анализ публикаций, материалов конференций показал, что интерес к подобному типу судов в последнее время вырос, но работ ограниченное количество.

В работах [4–12] описаны основы управления судном, оснащенным двумя ВРК. В работе [7] рассмотрена нелинейная модель с шестью степенями свободы, описывающими:

– поступательное движение:

$$\begin{cases} m(\dot{V}_x - V_x \omega_z) = X'; \\ m(\dot{V}_y + V_y \omega_z) = Y'; \\ m\dot{V}_z = Z' + mg, \end{cases}$$
(1)

где *m* – масса судна; X', Y', Z' – проекции внешних сил на соответствующие оси координат; ω_z – угловая скорость рыскания в системе горизонтальных осей тела; V_x , V_y – скорости продольного движения, бокового сноса; \dot{V}_x , \dot{V}_y , \dot{V}_z – ускорения продольного движения, бокового сноса и вертикальной качки; g – ускорение свободного падения.

вращательное движение:

$$\begin{cases} \left(I_{yy} - I_{xx}\right) \left[\sin(2\theta) \left(\omega_x \omega_y + \frac{1}{2} \dot{\omega}_z\right) + \cos(2\theta) \omega_x \omega_z \right] + \left(I_{xx} \cos^2(\theta) + I_{yy} \sin^2(\theta)\right) \dot{\omega}_y - I_{yy} \omega_z \omega_x = K'; \\ \left(I_{yy} - I_{xx}\right) \left[\sin(2\theta) \frac{1}{2} \omega_z^2\right] + \left(I_{xx} \cos^2(\theta) + I_{yy} \sin^2(\theta)\right) \omega_z \omega_y + I_{yy} \dot{\omega}_x = M'; \\ \left(I_{xx} - I_{zz}\right) \left[\sin(2\theta) \left(\omega_x \omega_y - \frac{1}{2} \dot{\omega}_y\right) - \cos(2\theta) \omega_x \omega_y\right] + \left(I_{xx} \sin^2(\theta) + I_{zz} \cos^2(\theta)\right) \dot{\omega}_z = N', \end{cases}$$

$$\tag{2}$$

где I_{xx} , I_{yy} , и I_{zz} – моменты инерции крена, дифферента и рыскания соответственно; θ – угол дифферента; ω_z , ω_x , ω_y – угловые скорости рыскания, крена, дифферента в системе горизонтальных осей тела; K', M'и N' – внешние силы и моменты крена, дифферента и рыскания; $\dot{\omega}_z$ – ускорение рыскания; $\dot{\omega}_x$ – ускорение крена; $\dot{\omega}_y$ – ускорение дифферента.

Модель разработана для описания движения пассажирского судна/парома (ROPAX), оснащенного азимутальной ВРК. Также в работе проведены сравнения между традиционной схемой управления «гребной винт – рулевое устройство» и управлением ВРК с использованием тестов маневрирования типа «зигзаг» с целью исследования устойчивости судна на траектории и курсе, а также влияния углов крена, вызванных влиянием ВРК при поворотах и движении судна при морском волнении.

Внешняя нагрузка, действующая на судно, в зависимости от схемы управления приведены в таблице 1.

Схема управления «руль – гребной винт»	Схема управления с ВРК
$X' = X_{wave} + X_H + X_{RD} + X_P$	$X' = X_{wave} + X_H + X_{POD}$
$Y' = Y_{wave} + Y_H + Y_{RD} + Y_P$	$Y' = Y_{wave} + Y_H + Y_{POD}$
$Z' = Z_{wave} + Z_H$	$Z' = Z_{wave} + Z_H$
$K' = K_{wave} + K_H + K_{RD}$	$K' = K_{wave} + K_H + K_{POD}$
$M' = M_{wave} + M_H$	$M' = M_{wave} + M_H$
$N' = N_{wave} + N_H + N_{RD} + N_P$	$N' = N_{wave} + N_H + N_{POD}$

Таблица 1 – Внешняя нагрузка, действующая на судно

где индексы обозначают: *wave* – волновые силы и моменты; H – корпусные (маневренные) силы и моменты (в том числе силы сопротивления при поступательном движении), вызванные радиальными силами и моментами при вертикальных движениях; RD – силы и моменты руля; P – силы и моменты винта; POD – силы и моменты, вызванные приводами ВРК.

Приведенные результаты численного моделирования демонстрируют эффективность оптимизации конструкции судна с азимутальной ВРК для устранения любых проблем с устойчивостью и управлением, вызванных модификациями конструкции.

В работе [5] приведен сравнительный анализ процессов управления судами двух типов. Первый тип представлен судном, оснащенным традиционной движительной установкой, состоящей из толкающего одновинтового гребного винта и лопастного руля направления, вторая система основана на ВРК азимутального типа: тянущих или толкающих. Приведены уравнения, описывающие силы и моменты, возникающие в обеих системах. В работе [5] рассматривается упрощенная модель движения

$$\begin{cases} m(\dot{u} - vr) = X_{tot}; \\ m(\dot{v} + ur) = Y_{tot}; \\ I_z \dot{r} = N_{tot}; \end{cases}$$

где \dot{u} , \dot{v} , \dot{r} – ускорения продольного и бокового поступательного движений, вращательного движения; v, u, r – скорости продольного и бокового поступательного движений, вращательного движения; X_{tot} , Y_{tot} – внешние силы продольного движения; δ окового сноса; I_z – момент инерции рыскания; N_{tot} – внешние моменты рыскания; индексы обозначают соответственно: h – гидродинамические явления, связанные с движением корпуса судна в воде; asd – активные рулевые устройства, такие как главные движители или туннельные подруливающие устройства; psd – пассивные рулевые судна по трем координатам:

$$\begin{cases} X_{tot} = X_{\Box} + X_{asd} + X_{psd} + X_{dis}; \\ Y_{tot} = Y_{\Box} + Y_{asd} + Y_{psd} + Y_{dis}; \\ N_{tot} = N_{\Box} + N_{asd} + N_{psd} + V_{dis}, \end{cases}$$

устройства, такие как руль направления; *dis* – внешние возмущения, такие как ветер, волны и т. д.

Также показаны примерные результаты моделирования для VLCC танкера «Blue Lady» в сравнении с экспериментами в реальном времени для двух типов судов.

В работах [9, 10] приведены математические модели танкера, оснащенного ВРК, которые представляют собой обобщенную систему нелинейных уравнений (3):

$$\begin{pmatrix} m_{11} \left(\frac{dv}{dt} \cos \beta - V \frac{d\beta}{dt} \sin \beta \right) + m_{22} V \omega \sin \beta = F_x, \\ -m_{22} \left(\frac{dv}{dt} \sin \beta + V \frac{d\beta}{dt} \cos \beta \right) + m_{11} V \omega \cos \beta = F_y, \\ J_{z66} \frac{d\omega}{dt} - (\lambda_{22} - \lambda_{11}) \frac{V^2}{2} \sin(2\beta) = M_z, \end{cases}$$
(3)

где V –скорость поступательного движения судна; $\frac{dV}{dt}$ – ускорение поступательного движения судна; F_X , F_Y , M_z – силы тяги, продольная, поперечная, и вращательный момент; m_{11} , m_{22} , J_{z66} – массоинерционные характеристики судна с учетом присоединенных масс λ_{11} , λ_{22} (и инерций $\lambda_{66} = 0$); β –угол дрейфа; $\frac{d\beta}{dt}$ – скорость изменения угла дрейфа; ω – угловая скорость поворота судна относительно вертикальной оси (рис. 1 δ , δ);

Как отмечают авторы [9], модель (3) менее исследована, но она может описывать движения судна, близкие к движениям лагом, например при выполнении швартовых операций. Это связано с тем, что в модели отсутствуют ограничения на угол дрейфа судна при работе ВРК в диапазоне углов 0– 180° с каждого борта.

Другая математическая модель судна, управляемого двумя ВРК, представляет собой систему из 3-х дифференциальных уравнений, описывающих движения самого судна, и 2-х дополнительных уравнений вращения гребных винтов в водной среде:

$$\begin{cases} (m_{11}) \left(\frac{dv_x}{dt}\right) = -(m_{22})v_y \omega + \left[\frac{c_{X3} - c_{X0}}{2}v_x^2 - \frac{c_{X3} - c_{X0}}{2}Vv_x + b_1v_y^2 + 2b_2\frac{v_xv_y^4}{v^3}\right]\frac{\rho A_{L\sigma}}{2} + \\ + C_{AX}\frac{\rho_a A_{VB} \cdot v_k^2}{2} - F_{rX} + T_E + F_X; \\ (m_{22}) \left(\frac{dv_y}{dt}\right) = -(m_{11})v_x \omega - \left[2C_{\gamma\beta}^{\beta}\frac{v_x^2 v_y}{v} + c_2|v_y|v_y - 16c_3\frac{|v_y|v_y^3 v_x^4}{v^6}\right]\frac{\rho A_{L\sigma}}{2} + \\ + C_{AY}\frac{\rho_a A_{VL} \cdot v_k^2}{2} + F_{rY} + F_Y; \\ (J_{266})\frac{d\omega}{dt} = -\left[2m_1v_xv_y + m_2Vv_y + m_3\frac{v_x^3 v_y^3}{v^4} + 16m_4\frac{|v_y|v_y^3 v_x^4}{v^6} + C_{M0}L^2\omega|\omega| + \\ + C_{M\omega}(V^2 + L^2\omega^2)\sin(\pi\Omega)/\pi\right]\frac{\rho A_{L\sigma}}{2} + C_{AM}\frac{\rho_a A_{VL} \cdot v_k^2}{2} + M_r + M_z, \end{cases}$$

где v_y – поперечная линейная скорость поступательного движения судна; $C_{AX}, C_{AY}, C_{M\omega}, C_{AM}, C_{M0}, C_{x0}, C_{x3}, C_{\gamma\beta}^{\beta}$ – коэффициенты, учитывающие степени влияния гидродинамических и аэродинамических составляющих; ρ – плотность морской воды; $A_{L\sigma}$ – приведенная площадь погружной части диаметральной плоскости судна; A_{VB}, A_{VL} – площади сечения поперечной и продольной плоскостями надводной части корпуса судна; ρ_a – плотность воздуха; v_k – скорость кажущегося ветра (относительно судна); F_{rX}, F_{rY}, M_r – продольное, поперечное усилие и вращающий момент на рулевом органе (индекс r); T_E – тяга гребного винта; F_X , F_Y , M_z – продольная, поперечная составляющие силы тяги и создаваемый движителями вращательный момент; L – длина корпуса судна; Ω – относительная угловая скорость с учетом поступательного и вращательного движения в модели Тумашика; b_1 , b_2 c_2 , c_3 , m_1 , m_2 , m_3 , m_4 – коэффициенты, определяющиеся в зависимости от основных геометрических параметров погруженной части корпуса судна. Приведенная система уравнений (4) дополнена уравнениями вращения гребных винтов в водной среде:

$$\frac{dn_{si}}{dt} = \frac{(M_{dv} - M_c)}{J_v}, \ i = 1,2,$$

где n_{si} – скорость вращения гребного винта; M_{dv} – момент, развиваемый электродвигателем ВРК; M_c – момент сопротивления винта в водной среде; J_v – M_{dv} =

где k_a , k_b – поправочные коэффициенты.

В модели (3) не приводятся описания составляющих, входящих в продольную F_X и поперечную F_Y силы, а также в выражения момента M_z . В модели (4) приведено описание входящих выражений для гидродинамических и аэродинамических составляющих. Остальные компоненты представлены в виде отдельных слагаемых, например F_{rX} , F_{rY} , M_r – усилия и момент на рулевом устройстве.

В работе [10] также подробно приводится методика расчета силовых составляющих, продольной, поперечной сил F_{rX} , F_{rY} и вращающего момента M_r для каждого ВРК.

Несмотря на то, что приведенные выше модели являются сложными ввиду своей существенной нелинейности, в работе [9] отмечается возможность параметрической идентификации моделей (3), (4) по результатам маневренных испытаний типа «Зигзаг 10/10».

Рассмотрим более простую модель плоскопараллельного движения судна, оснащенного двумя ВРК, момент инерции винта с учетом присоединенного момента инерции воды.

Момент двигателя M_{dv} рассчитывается как пропорциональный квадрату оборотов винта с регулирующей аддитивной добавкой, пропорциональной разности уставных (n_{Ust}) и фактических (n_s) оборотов:

$$= k_a \cdot \operatorname{sgn}(n_s) \cdot n_s^2 + k_b \cdot (n_{Ust} - n_s),$$

приведенную в работах [11, 12]. Эта упрощенная модель судна описана в соответствии со стандартом IEC (International Electro-technical Commission) 62065. Стандарт IEC 62065 определяет минимальные эксплуатационные требования, требования к характеристикам, методы испытаний и требуемые результаты испытаний в соответствии со стандартами производительности для систем управления.

При синтезе модели (5) авторами [11, 12] предложен алгоритм преобразования математической модели движения суда с нестандартными движительно-рулевыми устройствами. В качестве примера для преобразования используется судно, оснащенное двумя ВРК и носовым подруливающим устройством (ПДУ). Настройка параметров модели в [11, 12] проводится по маневренным характеристикам (циркуляции), полученным при ходовых испытаниях.

Модель представляет систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{u}_{g} = K_{u}X'_{u} + v_{g}r - u_{w}/\tau_{u}; \\ \dot{v}_{g} = -K_{v}X'_{v} - u_{g}r - v_{w}/\tau_{v}; \\ \dot{r} = K_{r}(M' + W') + 12\gamma(v_{w} - \gamma Lr)/(L\tau_{v}) - r/\tau_{r} \end{cases}$$
(5)

где u_g , v_g – продольная и поперечная скорости абсолютного движения (относительно земли); \dot{u}_g , \dot{v}_g - продольное и поперечное ускорения абсолютного движения (относительно земли); K_u, K_v, K_r- скоростные коэффициенты для продольного, поперечного и вращательного движений; X'_u , X'_v – нормированные значения тяги, формируемых ДРК и создаваемых морским волнением; r – угловая скорость рысканья; u_w , v_w – продольная и поперечная скорости относительного движения (относительно воды); τ_u , τ_v , τ_r – постоянные времени для продольного, поперечного и вращательного движений; *r* – угловое ускорение рысканья; *M*', *W*' – нормированные значения моментов, формируемых ДРК и создаваемых морским волнением; ү – отношение расстояния центра давления боковых сил к длине судна (коэффициент стабильности).

Управление тягой:

$$\dot{X}' = P_a'; \dot{P}_a' = \begin{cases} +R_p, P_{ai} < P_{di} \\ 0, P_{ai} = P_{di} \\ -R_p, P_{ai} > P_{di} \end{cases}$$
(6)

где \dot{X}' – скорость изменения тяги; P – значение мощности, потребляемое элементом управления; \dot{P} – скорость изменения мощности; R_p – скорость изменения мощности; индексы в обозначениях: a – текущее значение; d – заданные значения (уставка); для движительных комплексов: i = 1 – левая ВРК; 2 – правая ВРК; 3 – носовое подруливающее устройство.

Управление рулевым (поворотным) устройством:

$$\dot{\delta}_{ai} = \begin{cases} +R_{\delta}, \ \delta_{ai} < \delta_{di} + \Delta; \\ 0, \ \delta_{ai} = \delta_{di} + \Delta; \\ -R_{\delta}, \ \delta_{ai} > \delta_{di} + \Delta, \end{cases}$$
(7)

где δ – угол поворота ВРК; $\dot{\delta}$ – скорость вращения ВРК; R_{δ} – скорость перекладки ВРК; Δ – величина зоны нечувствительности.

Расчет текущего вращательного значения и его нормированного значения, приведенного в формуле (5), следующий:

$$M' = \frac{\sum_{i=1}^{3} M_{ai}}{M_{\text{max}}};$$

$$\sum_{i=1}^{3} M_{ai} = (\sum_{i=1}^{2} P_{ai} \sin \delta_{ai}) l_b + (P_{a1} \cos \delta_{a1} - P_{a2} \cos \delta_{a2}) b - P_{a3} l_a, \tag{8}$$

где M' – нормированное значение момента, создаваемое ДРК; M_{ai} – текущий момент, создаваемый *i*м элементом управления; M_{max} – максимальный вращательный момент, создаваемый ДРК; b – расстояние до ВРК от диаметральной плоскости; P_{ai} текущее значение мощности, потребляемое *i*-ым элементом управления; δ_{ai} - угол поворота ВРК, $i=1,2...; l_b$ – расстояние от ВРК до центра масс; l_a – расстояние от носового ПУ до центра масс.

Модель движения судна, описанная уравнениями (5)–(8), по сравнению с моделями, описанными системами уравнений (3) и (4), является более простой для проведения параметрической идентификации с целью использования модели при проектировании системы управления движением судна.

Заключение

1. Оськин Д. А., Глазунов В. В., Воробьева С. А. Анализ математических моделей морских судов для задач управления движением // Науч. проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. 2010. № 1. С. 96–99.

2. Pomorski J., Morawski L., Rak A. Trajectory tracking control system for ship // IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems – CAMS'2004 (Ankona, Italy, July 7–9). 2004. V. 37 (10). P. 251–255.

3. Вагущенко Л. Л., Цымбал Н. Н. Системы автоматического управления движением судна: учеб. Одесса: Феникс, 2007. 376 с.

4. Kobylinski L. Problems of Handling Ships Equipped with Azipod Propulsion Systems // Prace naukowe politechniki warszawskiej. 2013. V. 95. P. 232–245. URL: https://pdffox.com/problems-of-handling-ships-equipped-

with-azipod-propulsion-systems-pdf-free-

6492d89ae0bd4.html?utm_source=pingpdf (дата обращения: 18.07.2023).

5. Nowicki J. Stopping of Ships Equipped with Azipods // TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. 2014. V. 8. P. 373– 376.

6. Голиков В. В. Методологические основы управления судном с двумя поворотными колонками Азипод // Судовождение: сб. науч. работ. Одесса: ВидавИнформ, 2013. Вып. 23. С. 56–64.

7. Ayaz Z., Turan O., Vassalos D. Manoeuvring and Seakeeping Aspects of Pod-Driven Ships // Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part M-journal of В работе выполнен анализ существующих моделей морских судов, оснащенных нестандартными движительно-рулевыми комплексами, а именно винторулевыми колонками. Как отмечено, традиционная модель, описывающая движение судна с классической схемой управления «руль – гребной винт», не применима к описанию динамики судов, оснащенных винторулевыми колонками, и, соответственно, использование классических моделей, таких как модель Номото и др., неприемлемо.

Существующие модели движения судов, оснащенных винторулевыми колонками, являются нелинейными в связи с отражением сложных гидродинамических взаимодействий рулевых устройств с внешней средой. В связи с этим перспективным является развитие методов параметрической идентификации моделей для использования их в задачах синтеза систем управления.

Список источников

Engineering for The Maritime Environment. 2005. V. 219. P. 77–91.

8. Gierusz W. Modelling the Dynamics of Ships with Different Propulsion Systems for Control Purpose // Polish Maritime Research. 2016. V.23. № 1(89). P. 31-36. URL: https://journal.mostwiedzy.pl/index.php/pmr/issue/view/48 (дата обращения: 18.07.2023).

9. Пашенцев С. В. Сравнительный анализ математических моделей судна с позиций управляемости по отклонениям // Вестн. МГТУ. 2017. Т. 2, № 4. С. 673– 680. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sravnitelnyyanaliz-matematicheskih-modeley-sudna-s-pozitsiyupravlyaemosti-po-otkloneniyam (дата обращения: 15.05.2023).

10. Пашенцев С. В., Егоров В. Ю. Анализ маневрирования судна, снабженного двумя азиподами, с помощью его математической модели // Вестн. МГТУ. 2019. Т. 22, № 4. С. 461–470. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-manevrirovaniyasudna-snabzhennogo-dvumya-azipodami-s-pomoschyu-egomatematicheskoy-modeli (дата обращения: 15.05.2023).

11. Глушков С. В., Мажирин И. А., Тюльканов А. К. Математическая модель движения судов с нестандартным движительно-рулевым комплексом // Вестн. МГТУ. 2018. Т. 21, № 4. С. 548–557.

12. Глушков С. В., Мажирин И. А. Упрощенная математическая модель движения судна с активными средствами управления и оценка ее адекватности // Науч.-техн. сб. Рос. мор. регистра судоходства. 2019. № 54-55. С. 39–48.

References

1. Os'kin D. A., Glazunov V. V., Vorob'eva S. A. Analiz matematicheskikh modelei morskikh sudov dlia zadach upravleniia dvizheniem [Analysis of mathematical models of sea vessels for traffic control problems]. *Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka*, 2010, no. 1, pp. 96-99. 2. Pomorski J., Morawski L., Rak A. Trajectory tracking control system for ship. *IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems – CAMS'2004 (Ankona, Italy, July 7–9)*, 2004, vol. 37 (10), pp. 251-255.

3. Vagushchenko L. L., Tsymbal N. N. Sistemy avtomaticheskogo upravleniia dvizheniem sudna: uchebnik [Systems of automatic control of vessel movement: textbook]. Odessa, Feniks Publ., 2007. 376 p.

4. Kobylinski L. Problems of Handling Ships Equipped with Azipod Propulsion Systems. *Prace naukowe politechniki warszawskiej*, 2013, vol. 95, pp. 232-245. Available at: https://pdffox.com/problems-of-handling-shipsequipped-with-azipod-propulsion-systems-pdf-free-

6492d89ae0bd4.html?utm_source=pingpdf (accessed: 18.07.2023).

5. Nowicki J. Stopping of Ships Equipped with Azipods. *TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 2014, vol. 8, pp. 373-376.

6. Golikov V. V. Metodologicheskie osnovy upravleniia sudnom s dvumia povorotnymi kolonkami Azipod [Methodological bases of ship control with two rotary columns Azipod]. Sudovozhdenie: sbornik nauchnykh rabot. Odessa, VidavInform Publ., 2013. Iss. 23. Pp. 56-64.

7. Ayaz Z., Turan O., Vassalos D. Manoeuvring and Seakeeping Aspects of Pod-Driven Ships. *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part M-journal of Engineering for The Maritime Environment*, 2005, vol. 219, pp. 77-91.

8. Gierusz W. Modelling the Dynamics of Ships with Different Propulsion Systems for Control Purpose. *Polish Maritime Research*. 2016. V.23. № 1(89). P. 31-36. URL: https://journal.mostwiedzy.pl/index.php/pmr/issue/view/48 (accessed: 18.07.2023).

9. Pashentsev S. V. Sravnitel'nyi analiz matematicheskikh modelei sudna s pozitsii upravliaemosti po otkloneniiam [Comparative analysis of mathematical models of vessel in terms of controllability by deviations]. *Vestnik MGTU*, 2017, vol. 2, no. 4, pp. 673-680. Available at: https://cyberleninka.ru/article/n/sravnitelnyy-analizmatematicheskih-modeley-sudna-s-pozitsiy-upravlyaemosti-

po-otkloneniyam (accessed: 15.05.2023).

10. Pashentsev S. V., Egorov V. Iu. Analiz manevrirovaniia sudna, snabzhennogo dvumia azipodami, s pomoshch'iu ego matematicheskoi modeli [Analysis of maneuvering of vessel equipped with two azipods by using its mathematical model]. *Vestnik MGTU*, 2019, vol. 22, no. 4, pp. 461-470. Available at: https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-manevrirovaniyasudna-snabzhennogo-dvumya-azipodami-s-pomoschyu-egomatematicheskoy-modeli (accessed: 15.05.2023).

11. Glushkov S. V., Mazhirin I. A., Tiul'kanov A. K. Matematicheskaia model' dvizheniia sudov s nestandartnym dvizhitel'no-rulevym kompleksom [Mathematical model of movement of ships with non-standard propulsion-steering complex]. *Vestnik MGTU*, 2018, vol. 21, no. 4, p. 548-557.

12. Glushkov S. V., Mazhirin I. A. Uproshchennaia matematicheskaia model' dvizheniia sudna s aktivnymi sredstvami upravleniia i otsenka ee adekvatnosti [Simplified mathematical model of ship movement with active controls and assessment of its adequacy]. *Nauchno-tekhnicheskii sbornik Rossiiskogo morskogo registra sudokhodstva*, 2019, no. 54-55, pp. 39-48.

Статья поступила в редакцию ...; одобрена после рецензирования ...; принята к публикации ... The article is submitted ...; approved after reviewing ...; accepted for publication ...

Информация об авторах / Information about the authors

Дмитрий Александрович Оськин – кандидат технических наук, доцент; заведующий кафедрой электронной и микропроцессорной техники, старший научный сотрудник лаборатории автономного судовождения; Морской государственный университет имени адмирала Г. И. Невельского; daoskin@mail.ru

Виктория Валерьевна Бочарова – кандидат технических наук; доцент кафедры радиоэлектроники и радиосвязи; Морской государственный университет имени адмирала Г. И. Невельского; my_viktor@mail.ru

Сергей Владимирович Осипов – аспирант кафедры автоматических и информационных систем; Морской государственный университет имени адмирала Г. И. Невельского; osipovv77@mail.ru

Dmitrii A. Oskin – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor; Head of the Department of Electronic and Microprocessor Engineering, Senior Researcher of the Laboratory of Autonomous Navigation; Maritime State University named after admiral G. I. Nevelskoy; daoskin@mail.ru

Viktoriia V. Bocharova – Candidate of Technical Sciences; Assistant Professor of the Department of Radioelctronics and Radio Communication; Maritime State University named after admiral G. I. Nevelskoy; my_viktor@mail.ru

Sergei V. Osipov – Postgraduate Student of the Department of Automatic and Information Systems; Maritime State University named after admiral G. I. Nevelskoy; osipovv77@mail.ru