

## УПРАВЛЕНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ, АВТОМАТИЗАЦИЯ

## MANAGEMENT, MODELING, AUTOMATION

Научная статья

УДК 62-50

<https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-3-7-15>

### Управление сетью цепочной структуры с использованием метода вспомогательного контура в условиях больших по амплитуде возмущений

---

*Алия Владимировна Имангазиева*

*Астраханский государственный технический университет,  
Астрахань, Россия, [aliya111@yandex.ru](mailto:aliya111@yandex.ru)*

---

**Аннотация.** Предложено решение задачи управления сетью цепочной структуры, каждый из агентов которой – линейный объект, подверженный действию внешних неконтролируемых больших по амплитуде возмущений в условиях априорной неопределенности. Для сети цепочной структуры применяется метод вспомогательного контура. В каждом агенте сети осуществляется слежение за выходом предшествующего агента, а сигнал с ведущей подсистемы поступает только в первый агент сети. Системы управления каждого агента построены с использованием измеренных данных о выходе самого агента и предшествующего ему агента. Компенсация действия возмущений осуществляется путем формирования специального сигнала, несущего информацию обо всех возмущениях системы, а затем его гашения с помощью вспомогательного контура. Поскольку задача решается с использованием только измеренных скалярных входных и выходных сигналов, то для получения оценок производных этих сигналов, необходимых для формирования управляющих воздействий, применяются два наблюдателя переменных системы. Таким образом, выбранные законы управления в каждом из агентов цепи обеспечивают достижимость цели управления с требуемой динамической точностью. Приведен пример сети цепочной структуры, состоящей из четырех линейных объектов управления. Для сетевого объекта применено предложенное управление. Компьютерное моделирование осуществлено в Matlab Simulink. Представлены переходные процессы по ошибкам слежения для каждого из четырех агентов сети цепочной структуры. Результаты моделирования подтвердили теоретические выводы и показали эффективность предложенного закона управления сетью цепочной структуры в условиях внешних неконтролируемых больших по амплитуде возмущений.

**Ключевые слова:** сеть цепочной структуры, агенты сети, целевое условие, гурвицев полином, скалярные входы и выходы, управляющие воздействия, неконтролируемые возмущения, наблюдатель, вспомогательный контур

**Благодарности:** исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00610.

**Для цитирования:** *Имангазиева А. В.* Управление сетью цепочной структуры с использованием метода вспомогательного контура в условиях больших по амплитуде возмущений // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 3. С. 7–15. <https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-3-7-15>.

## Chain network control by using auxiliary loop method under large-amplitude disturbances

Aliya V. Imangazieva

Astrakhan State Technical University,  
Astrakhan, Russia, aliya111@yandex.ru

**Abstract.** The article presents a solution to the problem of controlling a network of a chain structure, where each agent is a linear plant influenced by the action of external uncontrolled large-amplitude perturbations under a priori uncertainty. For a chain network the auxiliary loop method is used. In each agent of the network the output of the previous agent is monitored, and the signal from the leading subsystem arrives only at the first agent of the network. The control systems of each agent are built using the measured data on the output of the agent and the agent preceding it. Compensation for the effect of perturbations is carried out by generating a special signal that carries information about all perturbations of the system, and then damping it by an auxiliary loop. Since the problem can be solved using only the measured scalar input and output signals, then two observers of the variables of the system. should be used to obtain estimates of the derivatives of these signals necessary for the formation of control actions. Thus, the chosen control laws in each agent of the chain ensure the achievability of the control goal with the required dynamic accuracy. An example of a chain network with four linear control plants is given. The proposed control is applied to the network plant. Computer simulation was carried out in the Matlab Simulink environment. Tracking error transients are presented for each of the four agents of the chain network. The simulation results confirmed the theoretical conclusions and showed the effectiveness of the proposed chain network control law under external uncontrolled disturbances of large amplitude.

**Keywords:** chain structure network, network agents, target condition, Hurwitz polynomial, scalar inputs and outputs, control actions, uncontrolled disturbances, observer, auxiliary loop

**Acknowledgements:** the reported study was funded by RFBR, project number 20-08-00610.

**For citation:** Imangazieva A. V. Chain network control by using auxiliary loop method under large-amplitude disturbances. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics.* 2022;3:7-15. (In Russ.) <https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-3-7-15>.

### Введение

Одной из современных областей теории управления является сетевое управление. Под сетевой системой понимается совокупность элементов, которые не изолированы друг от друга, а связаны, воздействуют друг на друга тем или иным образом [1]. Проблемы и задачи сетевого управления возникают в связи с бурным развитием таких областей, как робототехника, электроэнергетика, производственные сети и др. Обзор проблем и задач сетевого управления изложен в работах [1, 2]. К сетевым объектам управления относятся коллективы роботов, группы беспилотных летательных аппаратов, электрические сети, группы подвижных объектов и пр. В работах [2, 3] приведены области применения сетевых объектов.

Эффективное управление сетевыми объектами сопровождается внедрением современных алгоритмов управления, позволяющих учитывать постоянные изменения параметров математической модели, внешние воздействия среды и т. д. В работе [4] для мультиагентных систем получены алгоритмы адаптации высокого порядка и алгоритмы компенсации неопределенностей на базе метода вспомогательного контура, а также решена задача управления сетью электрических генераторов. В публикации [5] получены достаточные условия

робастной синхронизации для нелинейной системы с использованием наблюдателей возмущений. Обзорными работами по истории развития и состоянию теоретических методов построения наблюдателей возмущений, а также по их практическому применению являются [6, 7].

В работе [8] для решения задачи построения систем управления, малочувствительным к параметрическим и неконтролируемым внешним возмущениям, предложено робастное управление с применением метода вспомогательного контура. В основе этого метода, предложенного профессором А. М. Цыкуновым в таких публикациях, как [8–11], лежит принцип динамической компенсации, суть которого заключается в предварительном формировании специального сигнала, несущего информацию, негативно влияющую на регулирование объекта, а затем последующей его компенсации. С помощью метода вспомогательного контура решены различные задачи автоматического управления для объектов, математическими моделями которых являются дифференциальные уравнения: линейные и нелинейные, стационарные и нестационарные, с отклоняющимся аргументом (запаздывание по состоянию, запаздывание по управлению), сингулярно-возмущенные и интегро-дифференциальные уравнения (распределенное

запаздывание). Опубликовано большое количество статей, монографий, диссертаций с использованием метода вспомогательного контура [4, 8–15]. В работах [10, 11, 13] выделены классы объектов, для которых при определенных структурных ограничениях получены решения задач управления неминимально-фазовыми и структурно-неопределенными объектами.

В настоящей работе рассматривается сеть взаимосвязанных линейных систем, подверженных действию внешних неконтролируемых больших по амплитуде возмущений в условиях априорной неопределенности. Достоинством алгоритмов является то, что для достижения цели управления необходимы данные об измерениях только скалярных входов и выходов агентов, что значительно снижает стоимость технической реализации на практике предложенной системы управления. Решение поставленной задачи получено в условиях действия внешних неконтролируемых больших по амплитуде возмущений, а также интервальной неопределенности параметров модели объекта, т. е. когда известны не точечные значения параметров модели, а интервалы значений этих параметров. Для каждого из агентов сети цепочной структуры использовались вспомогательный контур [15] и два наблюдателя [16]. Приведен числовой пример. Компьютерное моделирование проведено в Matlab Simulink. В ходе моделирования подтверждены теоретические выводы и продемонстрирована работоспособность системы управления сетью цепочной структуры.

### Постановка задачи

Рассмотрим цепь идентичных агентов сети, динамические процессы в которой описываются уравнениями

$$Q_l(p)y_l(t) = k_l R_l(p)u_l(t) + N_l(p)y_{l-1}(t) + f_l(t), \quad l = \overline{1, r}, \quad (1)$$

где  $Q_l(p)$ ,  $R_l(p)$  – нормированные дифференциальные операторы,  $\deg Q_l(p) = n$ ,  $\deg R_l(p) = m$ ;  $p = d/dt$  – оператор дифференцирования;  $y_l(t)$ ,  $u_l(t)$  – скалярные регулируемые переменные и управляющие воздействия агентов цепного сетевого объекта;  $k_l > 0$ ;  $\deg N_l(p) \leq n - 1$ ;  $f_l(t)$  – внешние возмущающие воздействия.

Ведущая (синхронизирующая) подсистема цепи описывается уравнением

$$Q_m(p)y_m(t) = k_m g(t), \quad (2)$$

где  $g(t)$  – задающее воздействие;  $k_m > 0$ ;  $y_m(t)$  – ограниченный скалярный выход,  $\deg Q_m(p) = n - m$ .

Необходимо получить алгоритмы управления, обеспечивающие выполнение следующего основного целевого условия:

$$|y_l(t) - y_m(t)| \leq \delta \quad \text{при } t \geq T, \quad l = \overline{1, r}, \quad (3)$$

где  $\delta$  – некоторое достаточно малое число;  $T$  – некоторый момент времени, начиная с которого будет выполняться целевое условие.

Требуемое основное целевое условие (3), как видно из структурной схемы на рис. 1, означает близость выхода  $y_m(t)$  ведущей подсистемы и выхода  $y_l(t)$  каждого агента,  $l = \overline{1, r}$ .

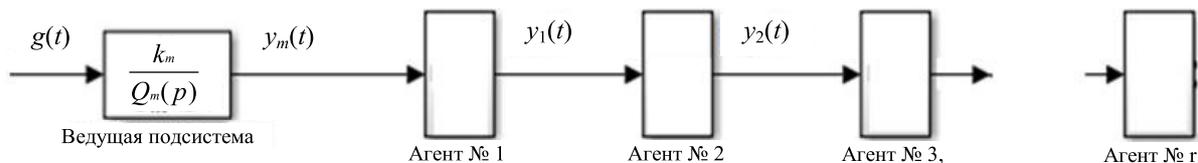


Рис. 1. Структурная схема сети цепочной структуры

Fig. 1. Structural diagram of a chain network

Система управления будет проектироваться так, чтобы ошибки слежения в каждом агенте удовлетворяли условиям  $e_1 = |y_l(t) - y_m(t)| \leq \delta_1$ ,  $e_2 = |y_l(t) - y_{l-1}(t)| \leq \delta_l$ ,  $l = \overline{2, r}$ . Поэтому из выполнения условия  $|y_l(t) - y_m(t)| = |y_l(t) - y_{l-1}(t) + y_{l-1}(t) - y_m(t)| < |y_l(t) - y_{l-1}(t)| + |y_{l-1}(t) - y_m(t)| < \delta_l + \delta_{l-1} + \dots + \delta_1$  следует, что для обеспечения условия (3) сумма  $\delta_l$ ,  $l = \overline{1, r}$  должна быть меньше требуемой точности  $\delta$ .

### Предположения

1. Локальные агенты сети являются управляемыми.

2. Известно множество  $\Xi$  значений коэффициентов операторов  $Q_l(p)$ ,  $R_l(p)$  и величин  $k_l$ ,  $l = \overline{1, r}$ .

3. Задающее воздействие  $g(t)$  и возмущающие воздействия  $f_l(t)$ ,  $l = \overline{1, r}$ , агентов цепи являются скалярными ограниченными функциями времени,

такими, что  $|f_l(t)| < A$ , где  $A$  – известная некоторая достаточно большая постоянная,  $A > 0$ .

4. Полиномы  $R(\lambda)$ ,  $Q_m(\lambda)$ ,  $R_m(\lambda)$  – гурвицевы, где  $\lambda$  – комплексная переменная в преобразовании Лапласа;  $\deg R_l(p) = m$ ,  $\deg Q_m(p) = n - m$ ,  $\deg Q_l(p) = n$ ,  $\deg R(p) = m$ ,  $\deg Q_m(p) = n - m$ ,  $\deg Q(p) = n$ .

5. Производные скалярных выходов и входов

$$Q_m(p)y_l(t) = k(u_l(t) + \frac{N_1(p)}{M(p)}u_l(t) + \frac{N_2(p)}{M(p)}y_l(t) + \frac{N_3(p)}{M(p)}y_{l-1}(t) + \frac{S(p)}{M(p)}f_l(t) + \gamma_l(t)), \quad l = \overline{1, r}, \quad (4)$$

где  $M(\lambda)$ ,  $S(\lambda)$  – нормированные гурвицевы полиномы порядков  $n - 1$  и  $n - m - 1$  соответственно;  $\deg N_1(p) = n - 1$ ,  $\deg N_2(p) = n$ ,  $\gamma_l(t)$  – затухающие

агентов цепи не доступны измерению.

#### Решение задачи

Рассмотрим частный случай  $k_l = k, l = \overline{1, r}$ . Применив известную параметризацию [17], преобразуем уравнения (1) в эквивалентные уравнения относительно выходов  $y_l(t)$ :

$$Q_m(p)e_l(t) = k(u_l(t) + \frac{N_1(p)}{M(p)}u_l(t) + \frac{N_2(p)}{M(p)}y_l(t) + \frac{S(p)}{M(p)}f_l(t) + \gamma_l(t) - \frac{k_m}{k}g(t));$$

$$Q_m(p)e_l(t) = k(u_l(t) + \frac{N_1(p)}{M(p)}u_l(t) + \frac{N_2(p)}{M(p)}y_l(t) + \frac{N_3(p)}{M(p)}y_{l-1}(t) + \frac{S(p)}{M(p)}f_l(t) + \gamma_l(t)), \quad l = \overline{2, r}. \quad (5)$$

Приведем уравнения (5) к виду

$$Q_m(p)e_l(t) = \beta u_l(t) + \overline{\varphi}_l(t), \quad (6)$$

где  $\beta = \sup_{\Xi} k$ ,

$$\overline{\varphi}_1(t) = (k - \beta)u_1(t) + k \frac{N_1(p)}{M(p)}u_1(t) + k \frac{N_2(p)}{M(p)}y_1(t) + k \frac{S(p)}{M(p)}f_1(t) + k\gamma_1(t) - k_m g(t);$$

$$\overline{\varphi}_l(t) = (k - \beta)u_l(t) + k \frac{N_1(p)}{M(p)}u_l(t) + k \frac{N_2(p)}{M(p)}y_l(t) + \frac{N_3(p)}{M(p)}y_{l-1}(t) + k \frac{S(p)}{M(p)}f_l(t) + k\gamma_l(t) - k_m g(t), \quad l = \overline{2, r}.$$

Заметим, что функции  $\overline{\varphi}_l(t)$ ,  $l = \overline{1, r}$ , в уравнении (6) зависят от входов  $u_l(t)$  и выходов  $y_l(t)$  всех  $r$  агентов, величины задающего воздействия  $k_m g(t)$ , возмущений  $f_l(t)$ , функций  $\gamma_l(t)$  из уравнения (4), т. е. сигнал  $\overline{\varphi}_l(t)$  содержит информацию о внешних и внутренних возмущениях, действующих на каждый из агентов сети.

Полином  $T(\lambda)$  выберем так, чтобы выполнялось равенство  $T(\lambda) / Q_m(\lambda) = 1 / \lambda + a_m$ . Сформируем управляющие воздействия в каждом агенте сети с использованием информации о выходе предшествующего  $(l - 1)$ -го агента цепи, которые позволят компенсировать негативное действие возмущений в каждом последующем  $l$ -ом агенте.

В случае доступности измерений  $n - m - 1$  производных управляющих воздействий  $v_l(t)$  закон управления в  $l$ -м агенте  $u_l(t)$  зададим в виде

$$u_l(t) = T_l(p)v_l(t), \quad l = \overline{1, r}. \quad (7)$$

Так как система проектируется в предположении, что доступны измерению только скалярные

функции, мажорируемые экспонентами,  $l = \overline{1, r}$ .

Составим уравнения ошибок  $e_1(t) = y_1(t) - y_m(t)$ ,  $e_2 = y_2(t) - y_1(t), \dots, e_r = y_r(t) - y_{r-1}(t)$ :

входы и выходы агентов, то закон управления в  $l$ -м агенте зададим вместо (7) в виде

$$u_l(t) = T_l(p)\overline{v}_l(t), \quad l = \overline{1, r}, \quad (8)$$

где  $\overline{v}_l(t)$  – оценка сигнала, получаемая с наблюдателя [16]:

$$\dot{\zeta}_l = F_0 \zeta_l(t) + B_0(v_l(t) - \overline{v}_l(t));$$

$$\overline{v}_l(t) = L \zeta_l(t), \quad l = \overline{1, r}, \quad (9)$$

где  $\zeta_l(t) \in R^{n_l - m_l}$ ;  $F_0$  – матрица в форме Фробениуса с нулевой нижней строкой;

$B_0^T = \begin{bmatrix} b_1 \\ \mu \\ \dots \\ b_{n-m} \\ \mu^{n-m} \end{bmatrix}$ ,  $L = [1, 0, \dots, 0]$ . Параметры  $b_1, \dots, b_{n-m}$  выбираются так, чтобы матрица  $F = F_0 + BL$  была гурвицевой,  $B^T = [b_{11}, \dots, b_{n-m}]$ .

Подставив (8) в (6), получим

$$Q_m(p)e_l(t) = \beta_l T_l(p)v_l(t) + \overline{\varphi}_l(t) + \beta_l T_l(p)(\overline{v}_l(t) - v_l(t)), \quad l = \overline{1, r}. \quad (10)$$

Тогда уравнение (10) преобразуется к виду

$$(p + a_m)e_i(t) = \beta_i v_i(t) + \varphi_i(t), \quad (11)$$

где  $\varphi_i(t) = \frac{1}{T_i(p)} \bar{\varphi}_i(t) + \beta_i (\bar{v}_i(t) - v_i(t))$ ,  $l = \overline{1, r}$ .

Так как сигналы  $\bar{\varphi}_i(t)$ ,  $l = \overline{1, r}$ , несут информацию обо всех возмущениях, то из (11) следует, что и сигналы  $\varphi_i(t)$ ,  $l = \overline{1, r}$ , проектируемой системы управления несут информацию о внешних и внутренних возмущениях. Для компенсации действия этих сигналов воспользуемся методом вспомогательного контура [8].

Введем вспомогательные контуры в каждом из  $r$  агентов цепи:

$$(p + a_m)\bar{e}_i(t) = \beta v_i(t), \quad l = \overline{1, r}. \quad (12)$$

С учетом (11), (12) составим уравнения для сигналов рассогласований

$$(p + a_m)\zeta_i(t) = \varphi_i(t), \quad l = \overline{1, r}, \quad (13)$$

где  $\zeta_i(t) = y_i(t) - \bar{y}_i(t)$ ,  $\zeta_i(t)$  – сигналы рассогласований,  $l = \overline{1, r}$ .

$$u_i(t) = -\frac{1}{\beta} \bar{\varphi}_i(t) = -\frac{1}{\beta} \left( (k - \beta)u_i(t) + k \frac{N_1(p)}{M(p)} u_i(t) + k \frac{N_2(p)}{M(p)} e_i(t) + k \frac{S(p)}{M(p)} f_i(t) + k \gamma_i(t) - k_m g(t) \right); \quad (15)$$

$$u_i(t) = -\frac{1}{\beta} \bar{\varphi}_i(t) = -\frac{1}{\beta} \left( (k - \beta)u_i(t) + k \frac{N_1(p)}{M(p)} u_i(t) + k \frac{N_2(p)}{M(p)} e_i(t) + \frac{N_3(p)}{M(p)} y_{l-1}(t) + k \frac{S(p)}{M(p)} f_i(t) + k \gamma_i(t) \right); \quad l = \overline{2, r}.$$

Составляющие  $\frac{N_2(p)}{M(p)} e_i(t)$ ,  $\frac{N_3(p)}{M(p)} y_{l-1}(t)$ ,

$\frac{S(p)}{M(p)} f_i(t)$ ,  $\gamma_i(t)$  являются ограниченными функциями в силу гурвицевости полинома  $M(\lambda)$

Таким образом, в случае доступности измерения  $n - m - 1$  производных сигнала  $v_i(t)$  и первой производной регулируемой величины  $e_i(t)$  в  $l$ -м агенте сети цепочной структуры, сформировав  $v_i(t)$  в виде  $l = \overline{1, r}$ ,

$$v_i(t) = -\frac{1}{\beta} (p + a_m) \zeta_i(t), \quad (14)$$

получим, что алгоритм управления (6), (14) обеспечивает асимптотическую устойчивость системы (4), (6), (14) по переменным  $e_i(t)$ , а уравнения замкнутых систем будут иметь вид  $(p + a_m)e_i(t) = 0$ . Но для работоспособности системы необходимо показать, что сигналы  $\varphi_i(t)$ ,  $l = \overline{1, r}$ , ограничены.

Итак, в случае измерения перечисленных производных  $\bar{\varphi}_i(t) = \frac{1}{T_i(p)} \bar{\varphi}_i(t)$ , а из (14) имеем

$$v_i(t) = -\frac{1}{\beta} \varphi_i(t), \quad l = \overline{1, r}. \quad \text{Тогда}$$

и условий  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_i(t) = 0$ , а задающее воздействие  $g(t)$ , являющееся входом ведущей подсистемы (2), ограничено в силу предположения 3,  $l = \overline{1, r}$ . Выразим  $u_i(t)$  из уравнения (15), получим

$$u_i(t) = -\frac{N_1(p)}{M(p)} u_i(t) - \frac{N_2(p)}{M(p)} e_i(t) - \frac{S(p)}{M(p)} f_i(t) - \gamma_i(t) + \frac{k_m}{k} g(t); \quad (16)$$

$$u_i(t) = -\frac{N_1(p)}{M(p)} u_i(t) - \frac{N_2(p)}{M(p)} e_i(t) - \frac{N_3(p)}{M(p)} y_{l-1}(t) - \frac{S(p)}{M(p)} f_i(t) - \gamma_i(t) + \frac{k_m}{k} g(t), \quad l = \overline{1, r},$$

откуда, с учетом (5), следует  $Q_m(p)e_i(t) = 0$ , а из (16) имеем

$$u_i(t) = -\frac{M(p)}{M(p) + N_1(p)} \left( \frac{N_2(p)}{M(p)} e_i(t) + \frac{S(p)}{M(p)} f_i(t) + \gamma_i(t) + \frac{k_m}{k} g(t) \right);$$

$$u_i(t) = -\frac{M(p)}{M(p) + N_1(p)} \left( \frac{N_2(p)}{M(p)} e_i(t) + \frac{N_3(p)}{M(p)} y_{l-1}(t) + \frac{S(p)}{M(p)} f_i(t) + \gamma_i(t) \right); \quad l = \overline{1, r}.$$

Из (4) известно, что  $M(p) + N_1(p) = R(p)S(p) -$  гурвицев полином, кроме того, выполнены условия предположений 1–5. Следовательно, управляющие воздействия  $u_i(t)$  – ограниченные функции. Таким образом, показано, что сигналы  $\varphi_i(t)$ ,  $\bar{\varphi}_i(t)$  – огра-

ниченные функции, а также переменные  $\zeta_i(t)$  и их производные, в силу (13).

В случае невозможности измерять необходимые производные сигналов  $\zeta_i(t)$ , вместо (14), сигнал  $v_i(t)$  сформируем в виде

$$v_l(t) = -\frac{1}{\beta}(a_m + p)\bar{\zeta}_l(t), \quad l = \overline{1, r}, \quad (17)$$

где  $\bar{\zeta}_l(t)$  – оценка, получаемая с наблюдателя [16]:

$$\begin{aligned} \dot{z}_l &= \overline{F}_0 z_l(t) + \overline{B}_0(\zeta_l(t) - \bar{\zeta}_l(t)); \\ \bar{\zeta}_l(t) &= L_2 z_l(t), \quad l = \overline{1, r}, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $z_l(t) \in R^2$ ; матрицы  $\overline{F}_0$  и  $\overline{B}_0$  аналогичные, как в (9), но соответствующих размерностей;  $L_2 = [1, 0]$ .

### Утверждение

Пусть выполнены условия предположений 1–5, тогда для любого  $\delta > 0$  в (3) существуют числа

$$\begin{aligned} (p^4 + a_{1l}p^3 + a_{2l}p^2 + a_{3l}p + a_{4l})y_l(t) &= (b_{0l}p + b_{1l})u_l + (n_{1l}p^3 + n_{2l}p^2 + n_{3l}p + n_{4l})y_{l-1} + \\ &+ (c_{1l}p^3 + c_{2l}p^2 + c_{3l}p + c_{4l})f_l(t), \quad l = \overline{1, 4}. \end{aligned}$$

Будем синтезировать систему в предположении, что каждый агент цепи связан только с соседними агентами, связь односторонняя. В каждом агенте сети осуществляется слежение за выходом предшествующего агента, а сигнал с ведущей (синхронизирующей) подсистемы поступает только в первый агент сети. В системе управления

$$2 \leq a_{ql} \leq 8; \quad 20 \leq b_{0l} \leq 50; \quad 26 \leq b_{1l} \leq 50; \quad 1 \leq n_{ql} \leq 5; \quad 26 \leq c_{ql} \leq 50; \quad l, q = \overline{1, 4}.$$

Ведущая (синхронизирующая) подсистема имеет вид  $(p+3)^3 y_m(t) = 81g(t)$ .

Согласно предложенным в работе алгоритмам управления полином  $T(\lambda) = \lambda^2 + 6\lambda + 9$ ; парамет-

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{1l}(t) = \zeta_{2l}(t) + \frac{6}{\mu}(v_l(t) - \zeta_{1l}(t)); \\ \dot{\zeta}_{2l}(t) = \frac{8}{\mu^2}(v_l(t) - \zeta_{1l}(t)); \\ \bar{v}_l(t) = \zeta_{1l}(t), \quad l = \overline{1, 4}; \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{z}_l(t) = \frac{3}{\mu}(\zeta_l(t) - z_l(t)); \\ \bar{\zeta}_l(t) = z_l(t), \quad l = \overline{1, 4}. \end{cases}$$

Сигналы управления (8) и (17) имеют вид  $u_l(t) = \zeta_{1l}(t) + 6\zeta_{2l}(t) + 9\dot{\zeta}_{2l}(t)$ ;  $v_l(t) = -\frac{1}{50}(3\zeta_{1l}(t) + \dot{z}_l(t))$ ,  $l = \overline{1, 4}$ .

$$(p^4 + 2p^3 + 2p^2 + 2p + 2)y_1(t) = (40p + 26)u_1 + (4p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_m + (2p^3 + 2p^2 + 2p + 2)f_1(t);$$

$$(p^4 + 2p^3 + 2p^2 + 2p + 2)y_2(t) = (40p + 26)u_2 + (4p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_1 + (2p^3 + 2p^2 + 2p + 2)f_2(t);$$

$$(p^4 + 2p^3 + 2p^2 + 2p + 2)y_3(t) = (40p + 26)u_3 + (4p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_2 + (2p^3 + 2p^2 + 2p + 2)f_3(t);$$

$$(p^4 + 2p^3 + 2p^2 + 2p + 2)y_4(t) = (40p + 26)u_4 + (4p^3 + 3p^2 + 3p + 1)y_3 + (2p^3 + 2p^2 + 2p + 2)f_4(t).$$

$\mu > 0$ ,  $T > 0$  такие, что при  $\mu \leq \mu_0$  и  $t \geq T$  для системы (1), (8), (9), (12), (17), (18) выполнены целевые условия (3), и все переменные в системе ограничены.

Доказательство утверждения аналогично доказательству устойчивости системы, предложенной в работе [18].

### Числовой пример

Рассмотрим сетевой объект цепочной структуры, состоящий из 4-х взаимосвязанных идентичных агентов, описываемый линейными дифференциальными уравнениями в операторной форме

предполагается использование измеренных данных о скалярном выходе  $l$ -го агента и предшествующего ему  $(l-1)$ -го агента.

Известен класс неопределенности, т. е. известны диапазоны значений коэффициентов операторов уравнений:

ры регулятора  $\beta = 50$ ,  $\mu = 0,01$ ,  $a_m = 3$ ; вспомогательные контуры  $(p+3)\bar{e}_l(t) = 50v_l(t)$ ,  $l = \overline{1, 4}$ ; наблюдатели оценок производных промежуточных сигналов системы (9) и (18)

Компьютерное моделирование для сетевого объекта цепочной структуры проведено в Simulink Matlab. Уравнения агентов сети цепочной структуры имеют следующий вид:

Переходные процессы по ошибкам слежения  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$ ,  $e_4(t)$  для каждого из четырех

агентов сетевого объекта представлены на рис. 2.

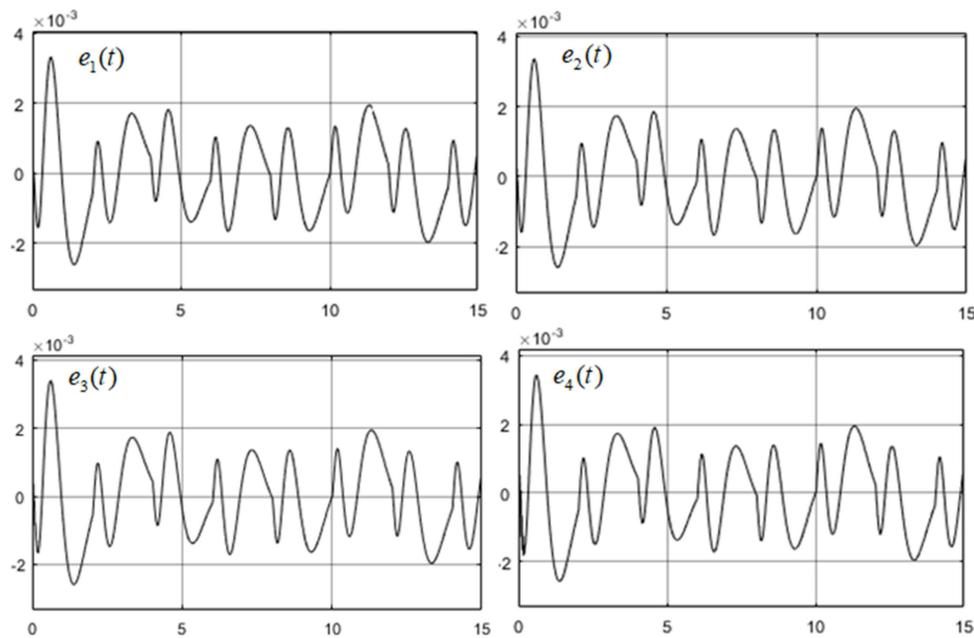


Рис. 2. Переходные процессы по ошибкам слежения  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$ ,  $e_4(t)$  сетевого объекта

Fig. 2. Transient processes on tracking errors  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$ ,  $e_4(t)$  of the network plant

Точность  $\delta = 0,008$  получена начиная с  $2c$  при следующих воздействиях:  $g(t) = 81\sin 3t$ ;  $f_1(t) = 10\sin 1,7t$ ;  $f_2(t) = \sin 1,7t$ ;  $f_3(t) = 3\sin t$ ;  $f_4(t) = 2\sin 5t$ ;  $f(t) = 3\sin 1,7t$ . Начальные условия нулевые.

### Заключение

В работе предложен подход к построению системы управления сетью цепочной структуры с компенсацией параметрической неопределенности математической модели объекта и внешних неконтролируемых больших по амплитуде возмущений. Система построена так, что каждый агент цепи связан только с соседними агентами, связь односто-

ронняя. В каждом агенте сети осуществляется слежение за выходом предшествующего агента, а сигнал с ведущей подсистемы поступает только в первый агент сети. Система управления построена с использованием измеренных данных о выходе агента и предшествующего ему агента. Для достижения поставленной цели управления в каждой подсистеме используется метод вспомогательного контура. Динамическая точность  $\delta = 0,008$  получена начиная с  $2c$ . Результаты компьютерного моделирования в Simulink Matlab подтвердили теоретические выводы и показали хорошую работоспособность системы управления сетевым объектом цепочной структуры.

### Список источников

1. Теория управления (дополнительные главы): учеб. пособие / под ред. Д. А. Новикова. М.: Ленанд, 2019. 552 с.
2. Проблемы сетевого управления / под ред. А. Л. Фрадкова. М.-Ижевск: ИКИ, 2015. 392 с.
3. Кузнецов А. В. Краткий обзор многоагентных моделей // УБС. 2018. № 71. С. 6–44.
4. Фуртат И. Б. Адаптивное и робастное управление мультиагентными системами. СПб.: Изд-во Ун-та ИТМО, 2016. 155 с.
5. Andrievsky B., Fradkov A. L., Liberzon D. Robust observers and Pecora-Carroll synchronization with limited information // IEEE 56th Annual Conference on Decision

- and Control (CDC). 2017. P. 2416–2421. DOI: 10.1109/CDC.2017.8264003.
6. Андриевский Б. Р., Фуртат И. Б. Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Ч. 1. Методы // Автоматика и телемеханика. 2020. № 9. С. 3–61.
7. Андриевский Б. Р., Фуртат И. Б. Наблюдатели возмущений: методы и приложения. Ч. 2. Приложения // Автоматика и телемеханика. 2020. № 10. С. 35–91.
8. Цыкунов А. М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // АиТ. 2007. № 7. С. 103–115.

9. Цыкунов А. М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. М.: Физматлит, 2009. 268 с.

10. Цыкунов А. М. Робастное управление с компенсацией возмущений. М.: Физматлит, 2012. 300 с.

11. Цыкунов А. М. Робастное управление объектами с последействием. М.: Физматлит, 2014. 264 с.

12. Чугина Ю. В. Метод вспомогательного контура в задачах управления сетями динамических объектов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2019. 19 с.

13. Фуртат И. Б., Цыкунов А. М. Робастное управление нестационарными нелинейными структурно-неопределенными объектами // Проблемы управления. 2008. № 5. С. 2–7.

14. Фуртат И. Б., Нехороших А. Н., Гуцин П. А. Робастная стабилизация линейных объектов при наличии

возмущений и высокочастотных помех измерения // Управление большими системами. 2020. № 86. С. 32–54.

15. Имангазиева А. В. Робастная система автоматического управления с компенсацией запаздывания в условиях нестационарности // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. 2011. № 2. С. 30–36.

16. Atassi A. N., Khalil H. K. Separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1999. V. 44. N. 9. P. 1672–1687.

17. Feuer A., Morse A. S. Adaptive control of single-input, single-output linear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1978. V. 23. N. 4. P. 557–569.

18. Имангазиева А. В., Цыкунов А. М. Робастное управление линейным динамическим объектом // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. 2007. № 1. С. 19–25.

## References

1. *Teoriia upravleniia (dopolnitel'nye glavy): uchebnoe posobie* [Control theory (additional chapters): textbook]. Pod redaktsiei D. A. Novikova. Moscow, Lenand Publ., 2019. 552 p.

2. *Problemy setevogo upravleniia* [Problems of network management]. Pod redaktsiei A. L. Fradkova. Moscow, Izhevsk, IKI Publ., 2015. 392 p.

3. Kuznetsov A. V. Kratkii obzor mnogoagentnykh modelei [Brief review of multi-agent models]. *Upravlenie bol'shimi sistemami*, 2018, no. 71, pp. 6-44.

4. Furtat I. B. *Adaptivnoe i robastnoe upravlenie mul'tiagentnymi sistemami* [Adaptive and robust control of multi-agent systems]. Saint-Petersburg, Izd-vo Un-ta ITMO, 2016. 155 p.

5. Andrievsky B., Fradkov A. L., Liberzon D. Robust observers and Pecora-Carroll synchronization with limited information. *IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 2017, pp. 2416-2421. DOI: 10.1109/CDC.2017.8264003.

6. Andrievskii B. R., Furtat I. B. Nabludateli vozmushchenii: metody i prilozheniia. Chast' 1. Metody [Perturbation observers: methods and applications. Part 1. Methods]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2020, no. 9, pp. 3-61.

7. Andrievskii B. R., Furtat I. B. Nabludateli vozmushchenii: metody i prilozheniia. Chast' 2. Prilozheniia [Perturbation observers: methods and applications. Part 2. Applications]. *Avtomatika i telemekhanika*, 2020, no. 10, pp. 35-91.

8. Tsykunov A. M. Algoritmy robastnogo upravleniia s kompensatsiei ogranichenykh vozmushchenii [Robust control algorithms with compensation of bounded disturbances]. *AiT*, 2007, no. 7, pp. 103-115.

9. Tsykunov A. M. *Adaptivnoe i robastnoe upravlenie dinamicheskimi ob'ektami po vykhodu* [Adaptive and robust output control of dynamic objects]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 268 p.

10. Tsykunov A. M. *Robastnoe upravlenie s kompensatsiei vozmushchenii* [Robust control with disturbance compensation]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 300 p.

11. Tsykunov A. M. *Robastnoe upravlenie ob'ektami s posledestviem* [Robust control of objects with aftereffect]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014. 264 p.

12. Chugina Iu. V. *Metod vspomogatel'nogo kontura v zadachakh upravleniia setiami dinamicheskikh ob'ektov: avtoreferat dissertatsii ... kandidata tekhnicheskikh nauk* [Auxiliary loop method in control tasks for networks of dynamic objects: Diss. Abstr. ... Cand. Tech. Sci.]. Saint-Petersburg, 2019. 19 p.

13. Furtat I. B., Tsykunov A. M. Robastnoe upravlenie nestatsionarnymi nelineinymi strukturно-неопределенными об'ектами [Robust control of non-stationary nonlinear structurally indeterminate objects]. *Problemy upravleniia*, 2008, no. 5, pp. 2-7.

14. Furtat I. B., Nekhoroshikh A. N., Gushchin P. A. Robastnaia stabilizatsiia lineinykh ob'ektov pri nalichii vozmushchenii i vysokochastotnykh pomekh izmereniia [Robust stabilization of linear objects in presence of disturbances and high-frequency measurement noise]. *Upravlenie bol'shimi sistemami*, 2020, no. 86, pp. 32-54.

15. Imangazieva A. V. Robastnaia sistema avtomaticheskogo upravleniia s kompensatsiei zapazdyvaniia v usloviakh nestatsionarnosti [Robust automatic control system with delay compensation under non-stationary conditions]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naia tekhnika i informatika*, 2011, no. 2, pp. 30-36.

16. Atassi A. N., Khalil H. K. Separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, vol. 44, no. 9, pp. 1672-1687.

17. Feuer A., Morse A. S. Adaptive control of single-input, single-output linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, vol. 23, no. 4, pp. 557-569.

18. Imangazieva A. V., Tsykunov A. M. Robastnoe upravlenie lineinym dinamicheskim ob'ektom [Robust control of linear dynamic plant]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2007, no. 1, pp. 19-25.

**Информация об авторе / Information about the author**

**Алия Владимировна Имангазиева** – кандидат технических наук, доцент; доцент кафедры высшей и прикладной математики; Астраханский государственный технический университет; [aliya111@yandex.ru](mailto:aliya111@yandex.ru)

**Aliya V. Imangazieva** – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor; Assistant Professor of the Department of Higher and Applied Mathematics; Astrakhan State Technical University; [aliya111@yandex.ru](mailto:aliya111@yandex.ru)

