

Научная статья
УДК 681.5
<https://doi.org/10.24143/2073-1574-2022-1-90-97>

Анализ математической модели случайных процессов систем автоматического регулирования судовой электроэнергетической системы

Александр Александрович Железняк✉

Керченский государственный морской технологический университет,
Керчь, Россия, Zheleznyak13@mail.ru✉

Аннотация. Вероятностно-статистическое и спектрально-временное описание случайного процесса взаимно дополняют друг друга. Основная связь, интересующая разработчика системы автоматического управления, заключается в том, что дисперсия шума – характеристика, определенная вероятностно-статистическим методом – равна средней мощности шума. Зная мощность шума, легко определить его среднеквадратическое отклонение, извлекая квадратный корень из средней мощности. А среднеквадратическое отклонение управляемой величины системы автоматического управления является среднеквадратической ошибкой регулирования, знание которой необходимо разработчику и технологу для характеристики точности работы системы автоматического управления. В конечном итоге разработчика системы автоматического регулирования судовых систем интересует значение среднеквадратической ошибки регулирования. Особенность возникновения и распространения импульсных помех (шумов) в судовых электроэнергетических системах (случайных процессов) заключается в том, что невозможно записать в явном виде зависимость их величины как функции времени, поскольку на каждом временном интервале значения шума изменяются различным образом. Возможно указать некоторые усредненные значения, дающие достаточно подробное представление о шуме в целом. Часто встречающиеся в судовых системах шумы являются эргодическими, такими, у которых усреднение по ансамблю совпадает с усреднением по времени, поэтому статистические характеристики таких шумов можно получить, усредняя по времени наблюдаемые их значения.

Ключевые слова: когнитивный анализ, математические модели, случайные процессы, системы автоматического регулирования, судовая электроэнергетическая система

Для цитирования: Железняк А. А. Анализ математической модели случайных процессов систем автоматического регулирования судовой электроэнергетической системы // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. 2022. № 1. С. 90–97. <https://doi.org/10.24143/2073-1574-2022-1-90-97>.

Original article

Analyzing mathematical model of random processes in automatic control system of ship electric power unit

Aleksandr A. Zhelezniak✉

Kerch State Maritime Technological University,
Kerch, Russia, Zheleznyak13@mail.ru✉

Abstract. The probabilistic-statistical and spectral-temporal description of a random process complement each other. The main relation interesting for the automatic control system developer is that the noise dispersion - a characteristic determined by the probabilistic-statistical method - is equal to the average noise power. Knowing the noise power, it is easy to determine its standard deviation by deriving the square root from the average power. And the root-mean-square deviation of the controlled value of the automatic control system is the root-mean-square control error, the knowledge of which is necessary for the developer and technologist to characterize the accuracy of the automatic control system. Ultimately, the developer of the automatic control system for ship systems is interested in the value of the root mean square control error. The peculiarity of the emergence and propagation of impulse interference (noise) in ship electric power systems (random processes) is that it is impossible to explicitly write down the dependence of their magnitude as a function of time, since noise values change in different ways at each time interval. It is possible to indicate some average values that give a fairly detailed idea of the noise as a whole. The noises often encountered in ship systems are ergodic, i.e. the ensemble averaging coincides with the time averaging, so the statistical characteristics of such noises can be obtained by averaging their observed values over time.

Keywords: cognitive analysis, mathematical models, random processes, automatic control systems, ship power system

For citation: Zhelezniak A. A. Analyzing mathematical model of random processes in automatic control system of ship electric power unit. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Marine Engineering and Technologies.* 2022;1:90-97. (In Russ.) <https://doi.org/10.24143/2073-1574-2022-1-90-97>.

Введение

Детерминированный (определенный) сигнал – достаточно гладкий сигнал, значение которого известно или можно с некоторой точностью предсказать на некоторый интервал времени вперед по известному за некоторое время его поведению. Это может быть полностью известный заранее сигнал, например синусоидальный, с заданными частотой, амплитудой и начальной фазой, или ступенчатый, с известным моментом времени, когда происходит его ступенчатое изменение, и величиной ступеньки и др. Шум – случайное изменение некоторой физической величины. Предсказать значение шума, даже на небольшой интервал вперед, можно только с некоторой степенью вероятности, да и то не всегда. Аддитивная помеха – шум, прибавляющийся, например, посредством механизма принципа суперпозиции к детерминированному сигналу, несущему информацию, и искажающий его. Шумы (случайные процессы) описываются двумя, взаимно связанными, хотя на первый взгляд и существенно отличающимися, способами: это спектрально-временное описание шумов и вероятностно-статистическое описание. Вероятностно-статистическое описание оперирует понятиями и терминами теории вероятностей и математической статистики, такими как среднее значение, дис-

персия или стандартное отклонение, плотность вероятности, среднеквадратическая ошибка. В конечном итоге разработчика системы автоматического регулирования судовых систем интересует значение среднеквадратической ошибки регулирования. Особенность возникновения и распространения импульсных помех (шумов) в судовых электроэнергетических системах (случайных процессов) в том, что невозможно записать в явном виде зависимость их величины как функции времени, поскольку на каждом временном интервале значения шума изменяются различным образом. Но можно указать некоторые усредненные значения, названные выше, дающие достаточно подробное представление о шуме в целом. Часто встречающиеся в судовых системах шумы являются эргодическими, такими, у которых усреднение по ансамблю совпадает с усреднением по времени. Поэтому статистические характеристики таких шумов можно получить, усредняя по времени наблюдаемые их значения.

Материалы и цели исследования

Наглядным представлением поведения импульсных шумов в судовых электроэнергетических системах с течением времени является осциллограмма (рис. 1).

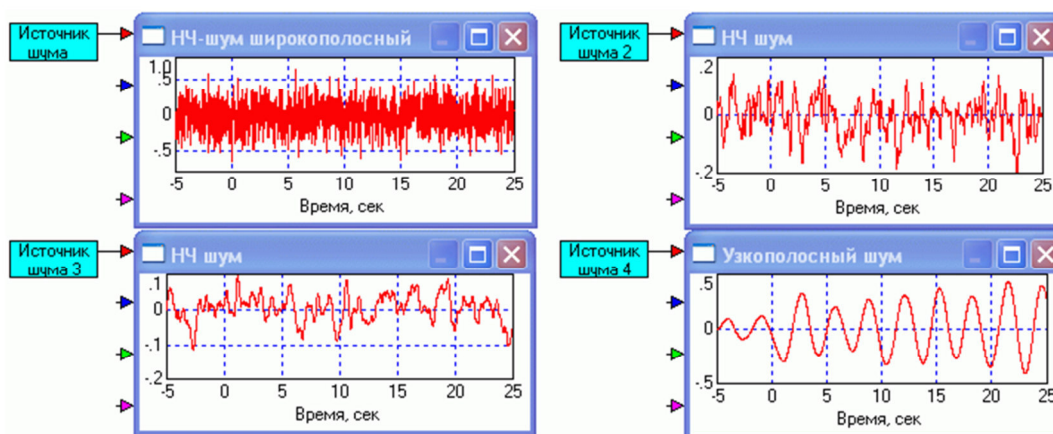


Рис. 1. Примеры осциллограмм узкополосного (источник 4) и низкочастотных шумов

Fig. 1. Examples of narrowband (source 4) and low-frequency noise waveforms

Значения шума первого источника изменяются сравнительно быстро, второго источника – медленнее, а третьего – еще медленнее. Четвертый источник выдает сигнал с медленно и в небольших пределах изменяющимися по случайному закону частотой, амплитудой и начальной фазой, близкий

к синусоидальному, поэтому он называется узкополосным. Под источниками шумов рассматривались дизель-генераторные агрегаты (ДГА) с возможной параллельной работой. Сигналы первых трех источников шума получены фильтрацией нормального белого шума НЧ-фильтрами Баттер-

ворта 2-го порядка с усилением, равным 1, и полюсами пропускания 100, 10 и 5 рад/с. Узкополосный шум получен пропусканием белого нормального шума через колебательное звено с постоянной времени, равной резонансной частоте – 2 рад/с, и с высокой добротностью [1]. Осциллограмма позволяет приблизительно оценить максимальные значения шумов, а также характерное время их изменения, пусть и весьма приблизительно. Отметим, что на осциллограммах приведены так называемые конкретные реализации шумов, которые на другом интервале времени будут выглядеть хотя и похоже, но иначе.

Целью настоящего исследования являлся когнитивный анализ математической модели случайных процессов системы автоматического регулирования судовой электроэнергетической системы.

Результаты исследований

Важной численной оценкой шума является его мощность, которая не зависит от конкретной наблюдаемой реализации шума. Мощность шума вычисляется как среднее за достаточно длительный период наблюдения от квадрата шума. Именно по такой формуле вычисляется средняя мощность любого, в том числе шумового, напряжения на сопротивлении величиной 1 Ом:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt.$$

Мощность шума (рис. 2), если он представляет собой электрическую величину, можно измерить ваттметром.

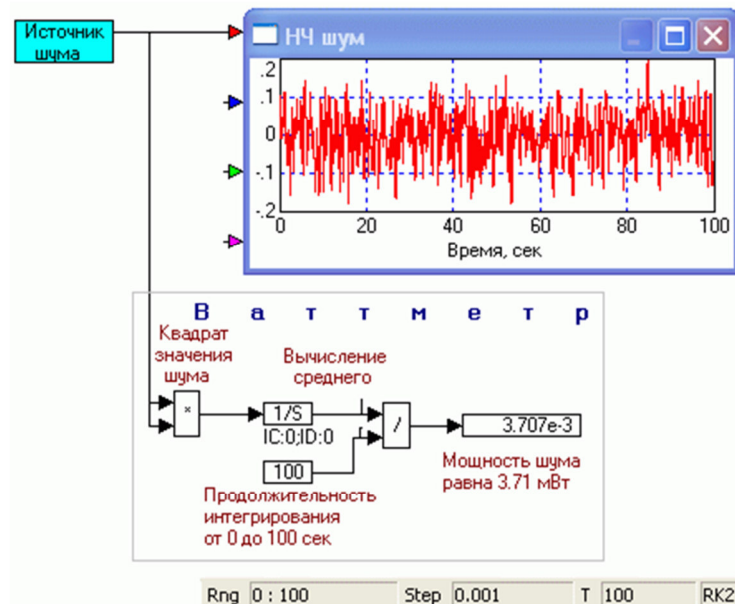


Рис. 2. Измерение мощности шума моделью ваттметра

Fig. 2. Noise measurement using a wattmeter model

Мощность шумов следует понимать в обобщенном смысле. Так как управляемой величиной являются электрические напряжения или ток ДГА судовой электроэнергетической системы, то это традиционная мощность [2]. Но если, например, управляемой величиной является температура выпускных газов вспомогательного дизеля, то термин «мощность» может употребляться здесь только в том смысле, что ее значение вычисляется как среднее за некоторый период времени от квадрата значений шумов температуры.

Взаимосвязь отстоящих по времени значений шума можно описать так называемой автокорреляционной функцией $B(\tau)$:

$$B(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t)\eta(t - \tau) dt,$$

где $\eta(t)$ – реализация случайного процесса; $\eta(t - \tau)$ – смещенная по времени на величину τ копия реализации случайного процесса; T – достаточно протяженный временной интервал, на котором проявляются все основные особенности шума.

Смысл корреляционной функции в том, что определяется среднее за достаточно представительный интервал времени от произведения сигнала и его смещенной по времени на некоторую величину копии. Когда смещение равно нулю, то корреляционная функция просто равна средней

мощности шума [3]. Пока смещение сравнительно мало, корреляционная функция шума убывает с ростом смещения, а при больших значениях смещения, когда теряется корреляция между значениями шума и его смещенной копии, корреляционная функция близка к нулю.

Проиллюстрируем получение корреляционной функции на примере детерминированного сигнала (рис. 3), для которого она может быть вычислена так же, как и для случайного.

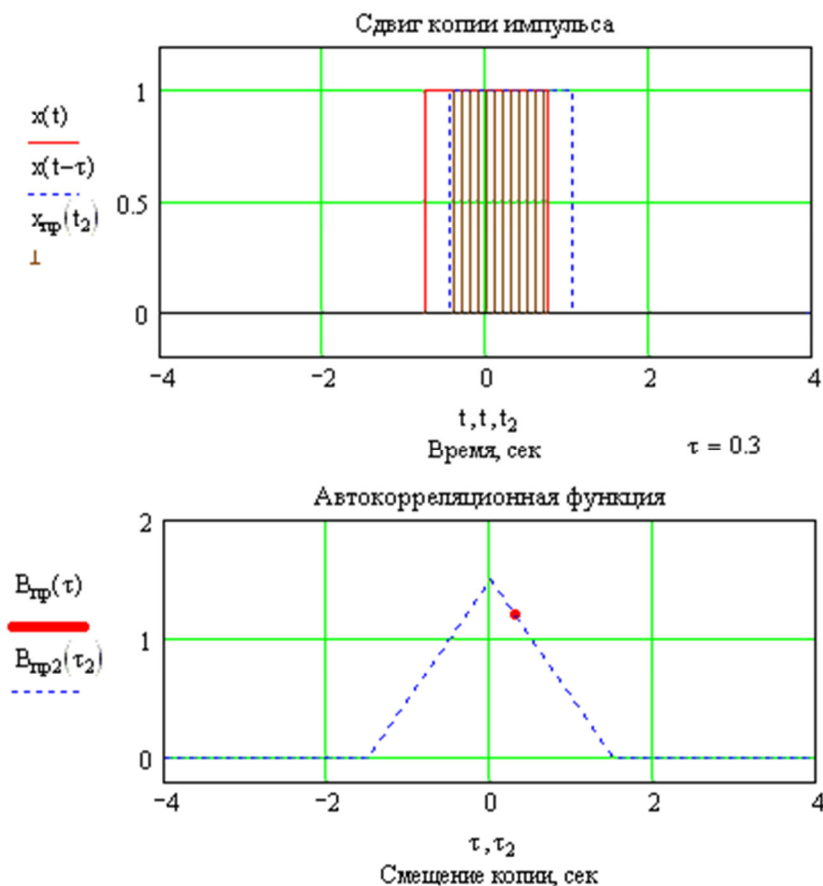


Рис. 3. Вычисление корреляционной функции прямоугольного импульса с амплитудой, равной 1, и длительностью 1,5 с

Fig. 3. Calculation of the correlation function of a rectangular pulse with an amplitude = 1 and a duration = 1.5 s

Значение корреляционной функции равно площади перекрытия импульсов помех ДГА в электроэнергетических системах, поскольку их амплитуды равны единице, а следовательно, оно растет и убывает по линейному закону при изменении величины смещения. Значение корреляционной функции в нуле равно энергии сигнала, поскольку оно равно интегралу от квадрата амплитуды импульса, а деленное на длительность импульса дает его мощность [4]. Рассмотрим автокорреляционную функцию выходного сигнала источника шума 2, осциллограмма которого приведена на рис. 4.

Значение корреляционной функции в нуле равно мощности шума. Ширина корреляционной функции – это условная величина, которая может быть определена, например, на уровне, когда зна-

чение корреляционной функции уменьшается по сравнению с максимальным в 2 раза. Для вычисления автокорреляционной функции шума, приведенного на рис. 4, было использовано 100 000 его отсчетов, взятых на интервале в 100 с. Согласно рис. 4 значения корреляционной функции за пределами пика при этом не равны нулю, а имеют некоторые, значительно меньшие, чем максимум, но не нулевые значения [5]. Корреляционная функция идеального гауссова шума, условно говоря, вычисляется на бесконечном интервале интегрирования. Автокорреляционная функция шума характеризует интервал, на котором шум еще «помнит» о своем предыдущем поведении. Ширина Δ функции определяет интервал этой «памяти».

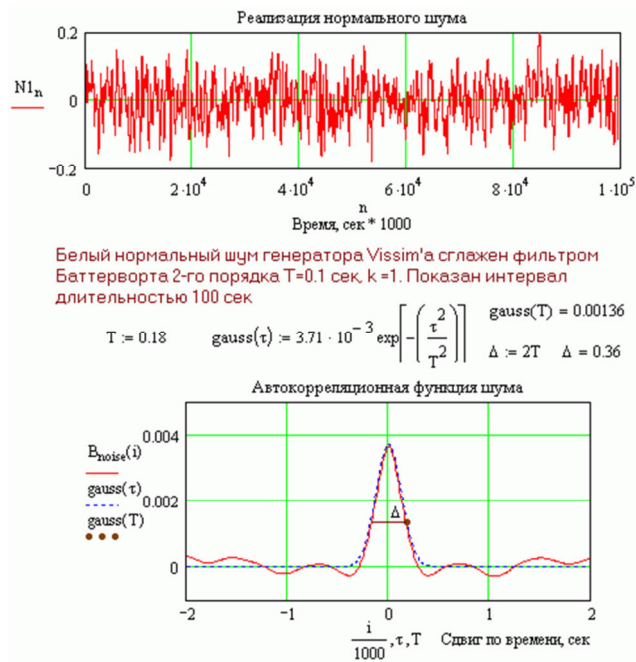


Рис. 4. Автокорреляционные функции реальной выборки шума (сплошная линия) и идеального нормального гауссова шума (пунктирная линия)

Fig. 4. Autocorrelation functions of a real noise sample (solid line) and ideal normal Gaussian noise (dashed line)

Преобразование Фурье автокорреляционной функции выдает его энергетический спектр, точнее спектральную плотность шума (рис. 5). Ширина спектра НЧ-шумов разного вида обратно пропорциональна ширине автокорреляционной функции с коэффициентом порядка 1.

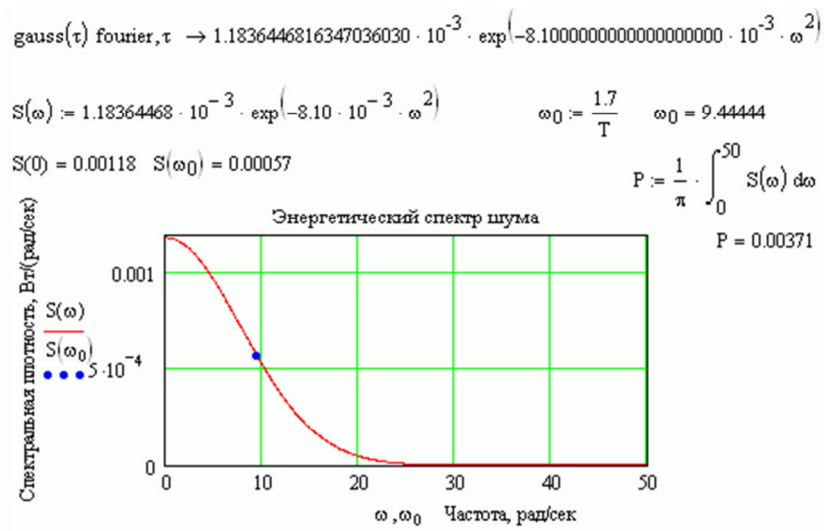


Рис. 5. Энергетический спектр (спектральная плотность) низкочастотного шума

Fig. 5. Energy spectrum (spectral density) of low-frequency noise

Его ширина обратно пропорциональна ширине автокорреляционной функции шума. А интеграл от спектральной плотности равен мощности шума. Ширина спектра обычно определяется на уровне, равном половине максимального значения спектра.

Мощность шума может быть найдена интегрированием спектральной плотности по частоте (равенство Парсиваля). Сравните значение интеграла $P = 0,00371$ с результатом измерения ваттметром на рис. 2. Белый шум – удобная математическая

модель для описания шумовых воздействий на системы автоматического регулирования судовых систем, в том числе шумов в задании и в возмущении [6]. Белый шум – это шум, спектральная плотность которого постоянна на всех частотах. То есть модель шума описывается всего одним параметром – спектральной плотностью N_0 .

Белый шум – это идеализация, поскольку его мощность равна бесконечности. Но на практике всегда можно взять достаточно широкополосный шум, спектр которого значительно шире полосы пропускания системы, на которую подается шум (рис. 6), и тогда реальный шум можно считать белым.

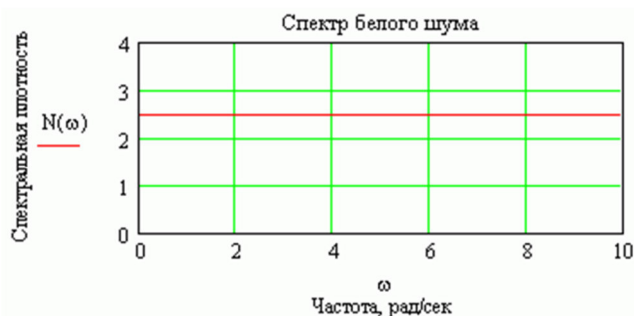


Рис. 6. Энергетический спектр (спектральная плотность) белого шума. Спектральная плотность на всех частотах одинакова

Fig. 6. Energy spectrum (spectral density) of white noise. Spectral density at all frequencies is equal

Значение спектральной плотности иллюстрирует, какая мощность содержится в полосе частот, равной 1 рад/с [Вт/(рад/с)]. Временную модель белого шума можно представить себе в виде «тесной» последовательности дельта-функций, имеющих разные площади и знаки [7]. Корреляционная функция белого шума представляет собой дельта-функцию, умноженную на величину спектральной плотности:

$$N(\omega) = N; \quad N(\omega) \text{invfourier}, \quad \omega \rightarrow N \cdot \text{Dirac}(t).$$

Итак, корреляционная функция иллюстрирует, насколько быстро изменяются значения шума с течением времени. Мощность шума характеризует максимальное значение его автокорреляционной функции. Спектральная плотность шума характеризует быстроту его изменения с течением времени и мощность.

Ошибки слежения

Весьма значимым для понимания механизма влияния шумов на функционирование системы автоматического регулирования (САР) судовых ДГА является случай аддитивных помех в сигнале задания. Причины таких помех многочисленны, в частности ими могут быть шумы из-за продолжительности переходного процесса и забросов параметров частоты вращения дизеля, а также каналов связи, по которым задание передается к САР. Рассмотрим две одинаковые САР (рис. 7), имеющие разные коэффициенты усиления контура.

Ясно, что в отсутствие шумов в задании качество верхней САР лучше, поскольку ее быстродействие выше в пять раз. Однако при наличии шумов картина поведения САР в установившемся режиме

меняется (рис. 8).

Видно, что шумы на входе очень велики, их выбросы имеют тот же порядок, что и величина отслеживаемого сигнала. Шумы существенно сглаживаются САР, которые в данном случае можно рассматривать как фильтры нижних частот, причем ошибки в установившемся режиме нижней, более инерционной САР меньше. Увеличение времени наблюдения подтверждает, что иногда появляются особенно большие выбросы ошибок. Более инерционная САР в данном случае предпочтительнее в отношении точности слежения, но это достигается ценой уменьшения быстродействия в пять раз [8]. Шумы приводят к случайным блужданиям управляемой величины, причем у более быстродействующей, более широкополосной верхней САР судовых систем эти блуждания имеют больший диапазон, чем у нижней, более медленной, инерционной. Быстрая САР успевает отслеживать и относительно быстрые компоненты шума, а медленная, более инерционная САР – не успевает, сглаживает их. Эти случайные блуждания управляемой величины и есть абсолютные значения ошибок слежения. Отметим, что шумы в задании зачастую на практике могут быть отфильтрованы еще до подачи задания на САР, и технология может позволить использовать для этого значительно более узкополосный по сравнению с САР фильтр. Это также одна из причин, объясняющая, почему задача стабилизации работы судовой электроэнергетической системы, т. е. компенсации влияния шумов в возмущении на управляемую величину ДГА, более значима на практике, чем задача слежения за заданием на фоне аддитивного шума.

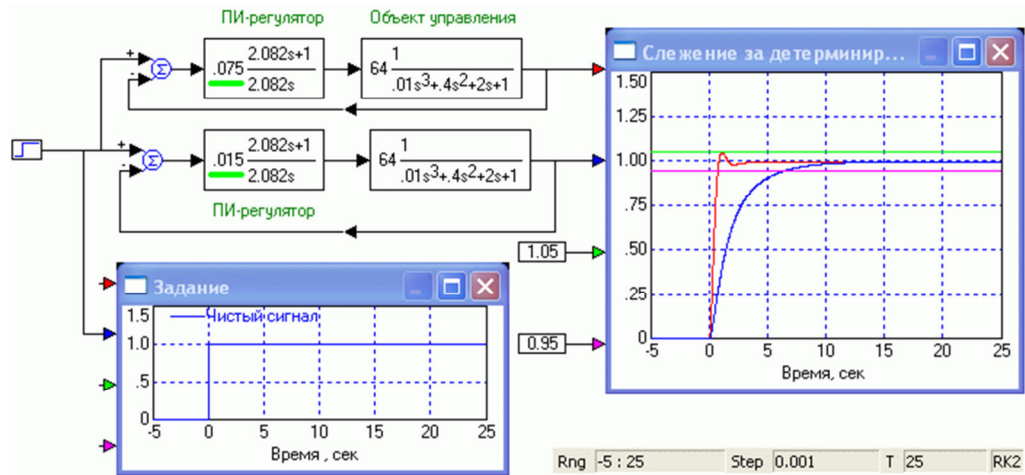


Рис. 7. Реакция САР на детерминированный, ступенчатый сигнал. Нижняя САР имеет значительно (в пять раз) меньшее быстродействие

Fig. 7. ACS response to a deterministic, stepped signal. The lower ACS is significantly (five times) slower

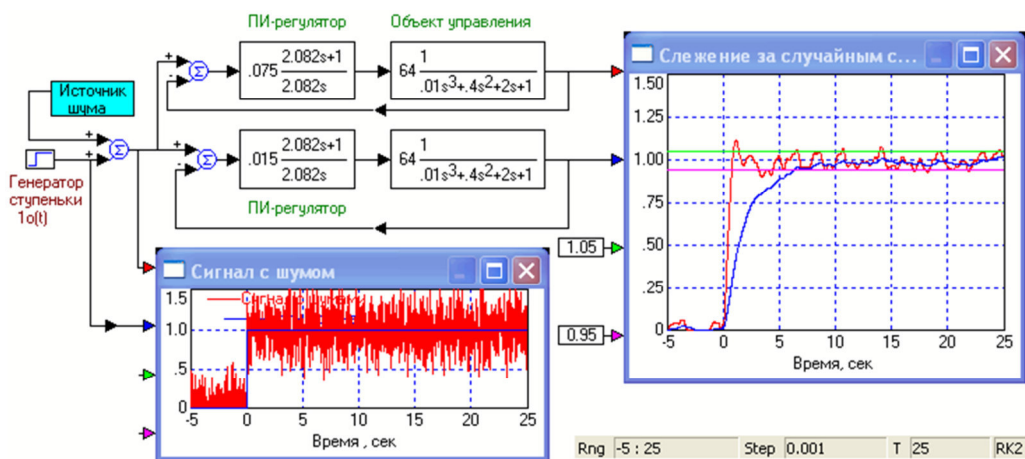


Рис. 8. Реакция САР на детерминированный ступенчатый сигнал, отягощенный шумами

Fig. 8. ACS's response to a deterministic step signal burdened with noises

Заключение

Целью математического описания реакции САР судовой электроэнергетической системы на случайные воздействия была оценка точности слежения и стабилизации, а также выработка мер по минимизации ошибок регулирования, обусловленных шумами. В первом приближении выявлено всего несколько величин, достаточно просто и в то же время подробно характеризующих влияние шумов на САР. Скорость изменения во времени ошибки регулирования характеризуется либо шириной ав-

токорреляционной функции выходных шумов, т. е. случайных блужданий управляемой величины, либо шириной их спектра. При моделировании шумовых воздействий полезной является модель шума в виде нормального белого шума, имеющая постоянную спектральную плотность. Значения этой спектральной плотности можно получить на практике по спектру случайной составляющей ошибки регулирования и комплексным коэффициентам передачи САР по каналам управления и возмущения.

Список источников

1. Жиленков А. А., Титов И. Л., Черный С. Г. Моделирование процесса повышения надежности автоматических систем управления в автономных системах объектов

морского транспорта // Вестн. гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С. О. Макарова. 2015. № 4 (32). С. 198–207.

2. Zhilenkov A., Chernyi S. Investigation performance of marine equipment with specialized information technology // *Procedia Engineering*. 2015. Vol. 100. P. 1247–1252.

3. Жиленьков А. А., Черный С. Г. Повышение эффективности систем автоматического управления автономными буровыми установками за счет разработки методов обеспечения их совместимости и интеграции // *Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности*. 2015. № 4. С. 9–18.

4. Железняк А. А. Подавление низкочастотных помех судовых электроэнергетических систем // *Электротехн. и информ. комплексы и системы*. 2021. № 1 (17). С. 13–18.

5. Bogomolov A. V., Zinkin V. N., Alekhin M. D., Sviridyuk G. A., Keller A. V. Information-Logical Modeling of Information Collection and Processing at the Evaluation of the Functional Reliability of the Aviation Ergate Control System Operator. Proc. of the Third International Conference Ergo-2018: Human Factors in Complex Technical Systems and Environments (Saint-Petersburg, July 4–7, 2018). P. 315–323.

6. Zamyshlyayeva A. A., Sviridyuk G. A. The Linearized Benney – Luke Mathematical Model with Additive White Noise // *Semigroups of Operators – Theory and Applications. Springer Proceedings in Mathematics*. 2015. Vol. 113. P. 327–337. DOI: 10.14529/mmp180212.

7. Kitaeva O. G., Shafranov D. E., Sviridyuk G. A. Exponential dichotomies in Barenblatt–Zhel'tov – Kochina model in spaces of differential forms with “noise” // *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*. 2019. Vol. 12. N. 2. P. 47–57. DOI: 10.14529/mmp190204.

8. Sviridyuk G. A., Zamyshlyayeva A. A., Zagrebina S. A. Multipoint initial-final problem for one class of Sobolev type models of higher order with additive “white noise” // *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*. 2018. Vol. 11. N. 3. P. 103–117. DOI: 10.14529/mmp190204.

References

1. Zhilenkov A. A., Titov I. L., Chernyi S. G. Modelirovanie protsessa povysheniia nadezhnosti avtomaticheskikh sistem upravleniia v avtonomnykh sistemakh ob"ektov morskogo transporta [Modeling process of increasing reliability of automatic control systems in autonomous systems of marine transport objects]. *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova*, 2015, no. 4 (32), pp. 198–207.

2. Zhilenkov A., Chernyi S. Investigation performance of marine equipment with specialized information technology. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 100, pp. 1247–1252.

3. Zhilenkov A. A., Chernyi S. G. Povyshenie effektivnosti sistem avtomaticheskogo upravleniia avtonomnykh burovymi ustanovkami za schet razrabotki metodov obespecheniia ikh sovmestimosti i integratsii [Improving efficiency of automatic control systems for autonomous drilling rigs by developing methods to ensure their compatibility and integration]. *Avtomatizatsiia, telemekhanizatsiia i sviaz' v nef'tianoi promyshlennosti*, 2015, no. 4, pp. 9–18.

4. Zhelezniak A. A. Podavlenie nizkochastotnykh pomekh sudovykh elektroenergeticheskikh sistem [Suppression of low-frequency interference of ship electric power systems]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye komplekсы i sistemy*, 2021, no. 1 (17), pp. 13–18.

5. Bogomolov A. V., Zinkin V. N., Alekhin M. D., Sviridyuk G. A., Keller A. V. Information-Logical Modeling of Information Collection and Processing at the Evaluation of the Functional Reliability of the Aviation Ergate Control System Operator. Proc. of the Third International Conference Ergo-2018: Human Factors in Complex Technical Systems and Environments (Saint-Petersburg, July 4–7, 2018). Pp. 315–323.

6. Zamyshlyayeva A. A., Sviridyuk G. A. The Linearized Benney – Luke Mathematical Model with Additive White Noise. *Semigroups of Operators – Theory and Applications. Springer Proceedings in Mathematics*, 2015, vol. 113, pp. 327–337. DOI: 10.14529/mmp180212.

7. Kitaeva O. G., Shafranov D. E., Sviridyuk G. A. Exponential dichotomies in Barenblatt–Zhel'tov – Kochina model in spaces of differential forms with “noise”. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2019, vol. 12, no. 2, pp. 47–57. DOI: 10.14529/mmp190204.

8. Sviridyuk G. A., Zamyshlyayeva A. A., Zagrebina S. A. Multipoint initial-final problem for one class of Sobolev type models of higher order with additive “white noise”. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2018, vol. 11, no. 3, pp. 103–117. DOI: 10.14529/mmp190204.

Статья поступила в редакцию 25.10.2021; одобрена после рецензирования 11.01.2022; принята к публикации 20.01.2022
The article was submitted 25.10.2021; approved after reviewing 11.01.2022; accepted for publication 20.01.2022

Информация об авторе / Information about the author

Александр Александрович Железняк — кандидат технических наук; доцент кафедры электрооборудования судов и автоматизации производства; Керченский государственный морской технологический университет; 298309, Керчь, ул. Орджоникидзе, 82; Zheleznyak13@mail.ru

Aleksandr A. Zhelezniak — Candidate of Technical Sciences; Assistant Professor of the Department of Ship Power Supply and Automation; Kerch State Maritime Technological University; 298309, Kerch, Ordzhonikidze St., 82; Zheleznyak13@mail.ru

