Вестник Астраханского государственного технического университета.
Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2026. № 2
Vestnik of Astrakhan State Technical University.
Series: Management, computer science and informatics. 2026. N. 2
ISSN 2072-9502 (Print), ISSN 2224-9761 (Online)

УПРАВЛЕНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ, АВТОМАТИЗАЦИЯ

CONTROL, MODELING, AUTOMATION

Научная статья
УДК 681.5
https://doi.org/10.24143/2072-9502-2026-2-7-14
EDN ZCEECU

Модификация метода Галёркина при решении задачи параметрического синтеза САУ

Елизавета Юрьевна Ватаева

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия, elizavetavataeva@mail.ru

Аннотация. Целью данной работы является разработка и обоснование модификации обобщенного метода Галёркина для решения задачи параметрического синтеза нелинейных систем автоматического управления (САУ). Традиционные методы, ориентированные на линейные системы, демонстрируют недостаточную эффективность при учете существенных нелинейностей, что негативно сказывается на динамических свойствах управляемых объектов. Уделяется внимание выбору способа аппроксимации нелинейных характеристик, где предпочтение отдается полиномиальной аппроксимации, обеспечивающей более точную математическую модель по сравнению с кусочно-линейной аппроксимацией. Повышение степени полинома позволяет достичь лучшего соответствия между создаваемой моделью и реальными характеристиками системы. Предлагается алгоритм минимизации целевой функции, учитывающей нелинейные свойства и физические ограничения систем. Получены рекуррентные соотношения интегралов Галёркина, играющих ключевую роль в определении коэффициентов, влияющих на динамику системы. Метод применим как к непрерывным, так и к импульсным САУ, включая многосвязные системы, что значительно расширяет сферу его практического использования. Разработан алгоритм реализации метода, представленный в виде наглядной блок-схемы, включающей этапы ввода исходных данных, преобразования нормализованных параметров в реальные величины, расчета коэффициентов дифференциальных уравнений, проверки устойчивости системы и оценки эффективности решения посредством вычисления целевого функционала. Таким образом, модификация метода Галёркина совместно с полиномиальной аппроксимацией нелинейных характеристик открывает значительные перспективы для улучшения качества и надежности управления различными промышленными объектами. Полученные результаты подтверждают широкие возможности применения предложенного метода как для непрерывных, так и для импульсных САУ.

Ключевые слова: обобщенный метод Галёркина, нелинейные системы автоматического управления, рекуррентные соотношения, полиномиальная аппроксимация

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003, «Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга».

Для цитирования: *Ватаева Е. Ю.* Модификация метода Галёркина при решении задачи параметрического синтеза САУ // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2026. № 2. С. 7–14. https://doi.org/10.24143/2072-9502-2026-2-7-14. EDN ZCEECU.

Original article

Modification of the Galerkin method for solving the problem of parametric synthesis of ACS

Elizaveta Yu. Vataeva

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
Saint Petersburg, Russia, elizavetavataeva@mail.ru

Abstract. The objective of this paper is to develop and validate a modification of the generalized Galerkin method for solving the problem of parametric synthesis of nonlinear automatic control systems (ACS). Traditional methods focused on linear systems demonstrate insufficient efficiency when taking into account significant nonlinearities, which negatively affects the dynamic properties of controlled objects. The paper also focuses on the choice of a method for approximating nonlinear characteristics, where preference is given to a polynomial approximation, which provides a more accurate mathematical model compared to a piecewise linear approximation. Increasing the degree of the polynomial allows for a better match between the created model and the actual characteristics of the system. An algorithm for minimizing the objective function is proposed, taking into account the nonlinear properties and physical limitations of the systems. Recurrence relations for Galerkin integrals, which play a key role in determining the coefficients influencing the system dynamics, are obtained. The method is applicable to both continuous and pulse-based automatic control systems, including multivariate systems, significantly expanding its scope of practical application. An implementation algorithm has been developed, presented as a visual flowchart, including the steps of inputting initial data, converting normalized parameters into real values, calculating differential equation coefficients, checking system stability, and evaluating the solution's effectiveness by calculating the objective functional. Thus, a modification of the Galerkin method, combined with polynomial approximation of nonlinear characteristics, offers significant potential for improving the quality and reliability of control systems for various industrial facilities. The obtained results confirm the broad applicability of the proposed method to both continuous and pulse-based automatic control systems.

Keywords: generalized Galerkin method, nonlinear automatic control systems, recurrence relations, polynomial approximation

Acknowledgments: the paper was prepared with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, grant agreement No. FSRF-2023-0003, “Fundamental principles of building of noise-immune systems for space and satellite communications, relative navigation, technical vision and aerospace monitoring”.

For citation: Vataeva E. Yu. Modification of the Galerkin method for solving the problem of parametric synthesis of ACS. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, computer science and informatics*. 2026;2:7-14. (In Russ.). https://doi.org/10.24143/2072-9502-2026-2-7-14. EDN ZCEECU.

Введение

В современном мире широкое распространение получают сложные системы автоматического управления (САУ), обладающие нелинейными свойствами, которые обусловлены особенностями технологического оборудования, физическими явлениями и т. п. [1–3]. Ввиду возрастающей сложности технологических процессов становится очевидной потребность в развитии методов синтеза нелинейных САУ, позволяющих с единых алгоритмических, математических и методологических подходов гарантировать высокое качество управления при наличии существенных нелинейностей.

Традиционные подходы, ориентированные преимущественно на линейные САУ, не позволяют решать задачу параметрического синтеза, поскольку не обеспечивают необходимой точности синтезированных параметров, что приводит к ухудшению динамических свойств САУ [1–5]. Таким образом, важнейшей задачей становится разработка методов параметрического синтеза, учитывающих особенности нелинейных элементов.

Учитывая, что объектом исследования выступают САУ, содержащие нелинейные элементы, процедура синтеза законов управления неразрывно связана с выбором способа аппроксимации нелинейных характеристик. Поскольку отсутствуют универсальные подходы к параметрическому синтезу, необходимо принимать во внимание специфику рабочих режимов конкретной системы, т. е. необходимо составить адекватную математическую модель, что связано с выбором метода аппроксимации [5–8]. Наибольшее распространение получила кусочно-линейная аппроксимация, однако ее точность не всегда достаточна для формирования полноценной математической модели.

Постановка задачи

В работе рассматривается класс нелинейных САУ (как непрерывных, так и импульсных, включая многосвязные), динамика которых описывается дифференциальными уравнениями произвольного порядка, содержащими статические нелинейные элементы, гладкими или кусочно-гладкими нелинейными характеристиками произвольной формы, допускающими равномерную полиномиальную аппроксимацию на рабочем диапазоне изменения входного сигнала нелинейного элемента.

Целью исследования являются разработка и обоснование модификации обобщенного метода Галёркина, позволяющей решать задачу параметрического синтеза законов управления (определения оптимальных значений настраиваемых параметров регулятора) для указанного класса нелинейных САУ путем минимизации интегрального квадратичного критерия качества при заданном программном движении и внешнем воздействии, с обязательным учетом физических ограничений на параметры и гарантированием устойчивости замкнутой системы. В качестве основного способа представления нелинейностей принимается полиномиальная аппроксимация произвольной степени (вместо традиционной кусочно-линейной), что обеспечивает более высокую точность математической модели и дает возможность аналитически вычислить необходимые интегралы Галёркина через полученные в работе рекуррентные соотношения.

Математический аппарат

Запись аппроксимирующего полинома имеет следующий вид:

$$y(x) = y(x_0) + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \ldots a_n(x - x_0)^n,$$

где x – входной сигнал; y – выходной сигнал; a – коэффициенты полинома.

В качестве основного математического инструмента предлагается использовать обобщенный метод Галёркина. Данный подход позволяет синтезировать законы управления для различных классов систем, включая как непрерывные САУ, так и системы с множеством разновидностей модулированных сигналов. Важно отметить, что данный подход применяется для решения задач параметрического синтеза в системах, динамика которых описывается как простыми линейными, так и сложными нелинейными дифференциальными уравнениями любого порядка. Подробное описание общей схемы решения представлено в [9], поэтому остановимся на модификации метода к новому классу рекуррентных соотношений, аппроксимирующих нелинейные характеристики.

Задача нахождения параметров с применением обобщенного метода Галёркина является задачей нелинейного программирования. Ее целью выступает минимизация целевой функции вида

$$J = \sum_{q=1}^{m} \left\{ \int_0^{\infty} \left[\sum_{i=0}^{n} a_i(c_k) A_{qi} + \sum_{i=0}^{u} b_i(c_k) B_{qi} - \sum_{i=0}^{v} e_i(c_k) C_{qi} \right] \right\}^2, \ \min_{c_k} J \to 0, \tag{1}$$

где n, u, v – степени полиномов; a_i, b_i, e_i – вещественные постоянные коэффициенты полиномов оператора обобщенного дифференцирования D; A_{qi}, B_{qi}, C_{qi} – интегралы Галёркина вида

$$A_{qi} = \int_0^{\infty} D^i \left\{ x^0(t) \right\} e^{-\rho_q t} dt, \ i = 0, 1, \ldots, n;$$

$$B_{qi} = \int_0^{\infty} D^i \left\{ F\left[x^0(t) \right] \right\} e^{-\rho_q t} dt, \ i = 0, 1, \ldots, u;$$

$$C_{qi} = \int_0^{\infty} D^i \left\{ f(t) \right\} e^{-\rho_q t} dt, \ i = 0, 1, \ldots, v,$$

где D^i – оператор обобщенного дифференцирования; $x^0(t)$ – желаемое программное движение на входе нелинейного элемента; $F[x^0(t)]$ – аппроксимированная полиномом нелинейная характеристика; $f(t)$ – внешнее входное воздействие; $e^{-\rho_q t}$ – линейно-независимые координатные функции в виде ряда вещественных экспонент.

Искомыми функциями являются параметры управления, определяющие закон управления САУ. Минимизация функционала (1) обеспечивает синтез САУ, минимизируя отклонения от желаемого программного движения $x^0(t)$.

Минимизация целевой функции осуществляется с учетом определенных технических условий, накладываемых на диапазоны изменения варьируемых параметров. Данные условия обеспечивают физическую осуществимость найденных решений, устойчивость САУ и заданную степень устойчивости относительно вариаций искомых параметров.

Интегральные выражения A_{qi} и C_{qi}, отражающие динамические свойства системы, уже получены ранее применительно к различным видам программных движений и внешним воздействиям [10]. Чтобы расширить применение обобщенного метода Галёркина на новые классы нелинейных характеристик, аппроксимируемых элементарными функциями, необходимо определить значения интегралов B_{qi} на соответствующем семействе функций. Другими словами, для нахождения оптимального закона управления САУ при полиномиальной аппроксимации нелинейных характеристик требуется вычислить интеграл вида

$$B_{qi} = \int_0^\infty D^i \left\{ F\left[x^0(t) \right] \right\} e^{-\rho_q t} dt = \int_0^\infty D^i \left\{ \sum_{g=0}^{l} z_g \left(x^0(t) \right)^g 1(t) \right\} e^{-\rho_q t} dt,$$

где g – показатель степени; z_g – коэффициенты полинома

$$F\left[x^0(t)\right] = \sum_{g=1}^{l} F_g\left[x^0(t)\right] = \sum_{g=0}^{l} z_g\left(x^0(t)\right)^g, \; g = 0, 1, ..., l,$$

что представляет собой распространение принципа эквивалентных преобразований [5, 6] на нелинейные характеристики при их аналитической аппроксимации и существенно упрощает вычисление интегралов.

Опыт проектирования математических моделей систем управления с применением обобщенного метода Галёркина подтверждает, что оптимальным выбором для задания требуемого программного движения являются решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка включительно [11]. Порядок этих уравнений, как правило, ниже, чем у реального дифференциального уравнения, описывающего динамику проектируемой системы. Подобное упрощение вполне обоснованно, поскольку цель заключается в синтезе системы, а не в ее точной идентификации

В процессе проектирования САУ особую значимость приобретают критерии оценки качества переходных режимов. Необходимо обеспечить четкое и однозначное соответствие между указанными критериями и ключевыми параметрами заданного динамического состояния, такими как коэффициент затухания, колебательность. Данное условие выполняется для линейных дифференциальных моделей первого и второго порядков.

В результате вычислений получено

$$B_{qi} = \int_0^\infty D^i \left\{ F\left[x^0(t) \right] \right\} e^{-\rho_q t} dt = B_q \rho_q^{i-1}, \; i = 0, 1, \ldots, u,$$

где соотношения, определяющие B_q, вычислены для процесса соответствующего записи уравнения движения системы относительно входа

$$x^0(t) = [H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0)] 1(t), \tag{2}$$

где H^* – желаемое установившееся значение координаты системы; $e^{-\alpha t}$ – затухающая экспонента; β – частота собственных колебаний; φ_0 – начальная фаза; $1(t)$ – функция Хевисайда. и относительно сигнала ошибки

$$x^0(t) = \left(x_y - H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0) \right) 1(t), \tag{3}$$

где x_y – значение желаемого процесса $x^0(t)$ при $t \to \infty$.

Получение общей формулы для соотношений, определяющих B_q применительно к процессам (2) и (3), представляет собой сложную задачу ввиду многообразия возможных конфигураций. Вследствие этого возникла необходимость проведения детальных численных расчетов для различных частных случаев [11, 12]. Были получены следующие обобщающие выражения для записи движения системы (2):

– четная степень:

$$B_q = \sum_{g=0}^{l} a_g \sum_{k=0}^{g} H^{*k} C_g^k \left\{ \begin{aligned} &\frac{k}{2^{k-1}\left(k\alpha + \rho_q\right)} \left[1 - \left(k - 2E\left(\frac{k}{2}\right) \right) \right] + \frac{\left(k\alpha + \rho_q\right)\cos\left(k\varphi_0\right) + k\beta \sin\left(k\varphi_0\right)}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha + \rho_q\right)^2 + \left(k\beta\right)^2 \right]} + \\ &+ \frac{k\left[\left(k\alpha + \rho_q\right)\cos\left((k-2)\varphi_0\right) + (k-2)\beta\sin\left((k-2)\varphi_0\right) \right]}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha + \rho_q\right)^2 + \left((k-2)\beta\right)^2 \right]} \end{aligned} \right\} +$$

$$+ 2\sum_{g=0}^{l} (-1)^j \left(\sum_{g=0}^{l} a_g \sum_{k=0}^{g} H^{*k} C_g^k \left\{ \begin{aligned} &\frac{k}{2^{k-1}\left(k\alpha + \rho_q\right)} \left[1 - \left(k - 2E\left(\frac{k}{2}\right) \right) \right] + \frac{\left(k\alpha + \rho_q\right)\cos\left(k\varphi_0\right) + k\beta \sin\left(k\varphi_0\right)}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha + \rho_q\right)^2 + \left(k\beta\right)^2 \right]} + \\ &+ \frac{k\left[\left(k\alpha + \rho_q\right)\cos\left((k-2)\varphi_0\right) + (k-2)\beta\sin\left((k-2)\varphi_0\right) \right]}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha + \rho_q\right)^2 + \left((k-2)\beta\right)^2 \right]} \end{aligned} \right\} \right) +$$

$$+(-1)^j\left(\sum_{g=0}^{l}a_g\sum_{k=0}^{g}H^{*k}C_g^k\left\{\begin{array}{l}\dfrac{k}{2^{k-1}\left(k\alpha+\rho_q\right)}\left[1-\left(k-2E\left(\dfrac{k}{2}\right)\right)\right]+\dfrac{\left(k\alpha+\rho_q\right)\cos\left(k\varphi_0\right)+k\beta\sin\left(k\varphi_0\right)}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)^2+\left(k\beta\right)^2\right]}+\\+\dfrac{k\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)\cos\left(\left(k-2\right)\varphi_0\right)+\left(k-2\right)\beta\sin\left(\left(k-2\right)\varphi_0\right)\right]}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)^2+\left(\left(k-2\right)\beta\right)^2\right]}\end{array}\right\}\right); \quad (4)$$

– нечетная степень:

$$B_q=\sum_{g=0}^{l}a_g\sum_{k=0}^{g}H^{*k}C_g^k\left\{\begin{array}{l}\dfrac{k}{2^{k-1}\left(k\alpha+\rho_q\right)}\left[1-\left(k-2E\left(\dfrac{k}{2}\right)\right)\right]+\dfrac{\left(k\alpha+\rho_q\right)\cos\left(k\varphi_0\right)+k\beta\sin\left(k\varphi_0\right)}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)^2+\left(k\beta\right)^2\right]}+\\+\dfrac{k\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)\cos\left(\left(k-2\right)\varphi_0\right)+\left(k-2\right)\beta\sin\left(\left(k-2\right)\varphi_0\right)\right]}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)^2+\left(\left(k-2\right)\beta\right)^2\right]}\end{array}\right\}, \quad (5)$$

где E – целая часть числа.

Выражения для записи движения системы (3):

$$B_q=\sum_{g=0}^{l}a_g\sum_{k=0}^{g}x_y^{g-k}H^{*k}(-1)^kC_g^k\left\{\begin{array}{l}\dfrac{k}{2^{k-1}\left(k\alpha+\rho_q\right)}\left[1-\left(k-2E\left(\dfrac{k}{2}\right)\right)\right]+\dfrac{\left(k\alpha+\rho_q\right)\cos\left(k\varphi_0\right)+k\beta\sin\left(k\varphi_0\right)}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)^2+\left(k\beta\right)^2\right]}+\\+\dfrac{k\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)\cos\left(\left(k-2\right)\varphi_0\right)+\left(k-2\right)\beta\sin\left(\left(k-2\right)\varphi_0\right)\right]}{2^{k-1}\left[\left(k\alpha+\rho_q\right)^2+\left(\left(k-2\right)\beta\right)^2\right]}\end{array}\right\}. \quad (6)$$

Общий вид обобщенного выражения для соотношений, определяющих B_q применительно к процессам (2) и (3), для импульсных САУ вычисления были представлены в [13].

Алгоритм, реализующий обобщенный метод Галёркина

На рис. 1 приведен алгоритм, позволяющий реализовать применение обобщенного метода Галёркина.

Шаги алгоритма:

1. Пользователь вводит необходимые исходные данные, после чего базовая программа NLS инициирует работу вспомогательного модуля SEARC, задачей которого является формирование начальных условий для предстоящего этапа оптимизации.

2. Оптимизационные расчеты начинаются с центральной точки многомерного пространства, размерность которого соответствует количеству настраиваемых параметров системы. Эта точка выбирается таким образом, чтобы равномерно охватывать возможные варианты решений.

3. Нормализованные значения варьируемых параметров (диапазон нормализации от 0 до 1) преобразуются модулем SEARC в их физические эквиваленты, соответствующие реальной физической модели исследуемой системы. Преобразованные значения направляются в специализированные вычислительные компоненты DIFUR и DDIF.

4. Подмодули DIFUR и DDIF выполняют расчет коэффициентов дифференциальных уравнений движения системы, учитывая наличие нелинейных характеристик, а также производят определение коэффициентов характеристического уравнения, необходимого для последующей оценки устойчивости синтезированной автоматической системы управления (САУ).

5. Вычисленные коэффициенты поступают в специализированный модуль RAUS/POPOV, выполняющий проверку устойчивости спроектированной системы управления с учетом текущих значений варьируемых параметров. Данный этап необходим для исключения потенциально опасных режимов работы системы.

6. В случае успешного прохождения теста на устойчивость управление передается модулю FUNC, отвечающему за оценку эффективности найденного решения посредством расчета целевого функционала.

7. Производится обращение к специальной функции *WS*, предназначенной для пошагового вычисления значения интегрального критерия оптимальности J (1) относительно текущего шага ρ_q и отдельно взятого нелинейного элемента системы.

8. Вывод ответа на экран.

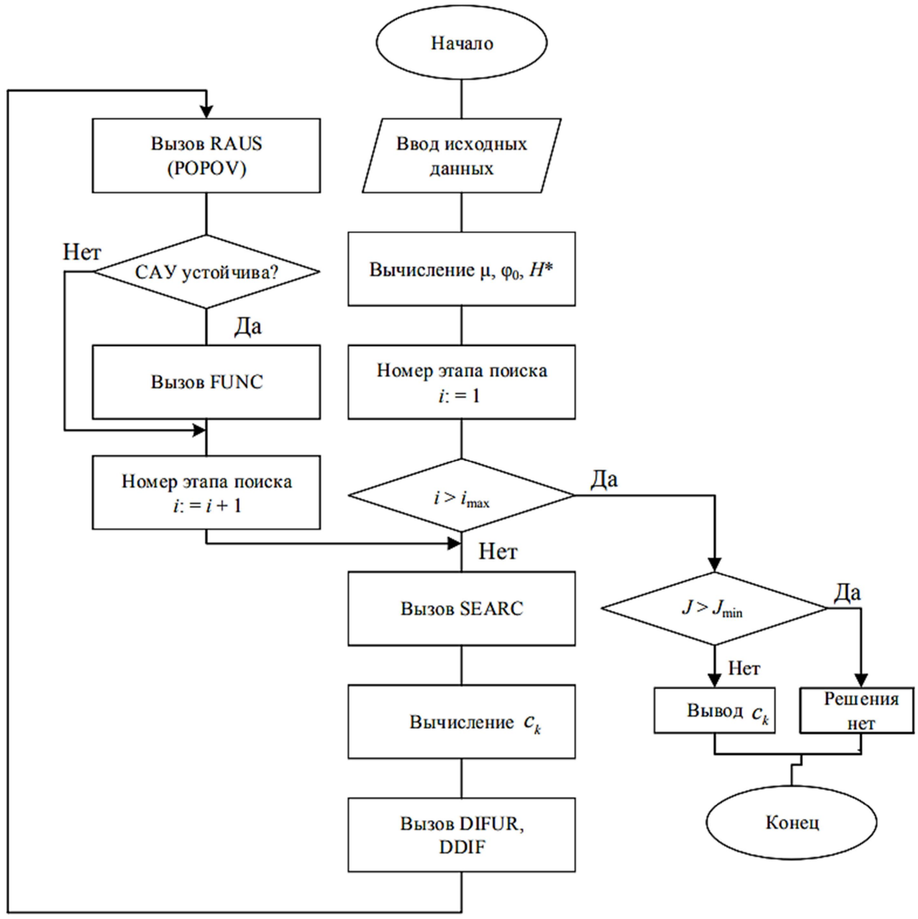

Рис. 1. Блок-схема алгоритма синтеза нелинейных непрерывных и нелинейных импульсных САУ

Fig. 1. Block diagram of the algorithm for synthesis of nonlinear continuous and nonlinear pulse control systems

На рис. 2 представлен алгоритм вычисления функционала *J*.

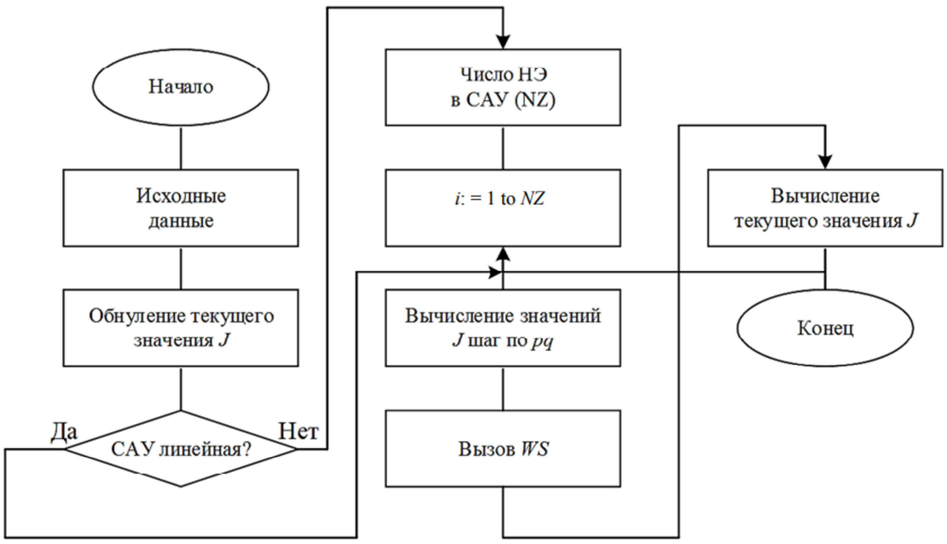

Рис. 2. Блок-схема процедуры вычисления функционала *J*: НЭ, *NZ* – нелинейный элемент

Fig. 2. Block diagram of the procedure for calculating the functional *J*: НЭ, *NZ* – is a non-linear element

Шаги алгоритма:

1. Алгоритм стартует с инициализации процесса.

2. Проверка исходных данных.

3. Переменная J, предназначенная для хранения конечного результата расчета, устанавливается равной нулю ($J = 0$).

4. Проверка САУ на линейность. Если САУ линейная, выполнение дальнейших расчетов не требуется, алгоритм завершается. Если САУ нелинейная, происходит переход к следующему шагу.

5. Определяется общее число нелинейных элементов в САУ, обозначаемое как NZ.

5. Запускается циклический процесс, охватывающий каждый нелинейный элемент системы (i) от первого до общего количества нелинейных элементов NZ.

7. Вычисляются J с шагом pq. Эти параметры используются для количественного описания поведения отдельного нелинейного элемента. Далее производится вызов специальной функции WS, именно в этом блоке вшиты полученные рекуррентные соотношения B_q (4)–(6). Итоговое обновление текущего значения J на основании предыдущих вычислений.

8. Вывод окончательного значения функционала J.

Заключение

В результате выполненного исследования была разработана методология синтеза САУ, основанная на обобщенном методе Галёркина и применении полиномиальной аппроксимации нелинейных характеристик. В рамках работы проведен анализ принципов отбора оптимального типа аппроксимации, а также предложен алгоритм минимизации целевой функции, учитывающие нелинейные свойства и физические ограничения систем. Важно отметить, что применение полиномиальной аппроксимации обладает несколькими преимуществами, например, позволяет более точно описать сложную форму нелинейной зависимости, особенно при увеличении степени полинома. Чем выше степень полинома, тем ближе аппроксимация приближается к реальной кривой, обеспечивая лучшее соответствие между математической моделью и поведением реальной системы. Таким образом, повышение степени полинома улучшает точность аппроксимации реальной кривой и соответствие модели поведению системы, что делает метод применимым к широкому спектру нелинейных характеристик – от статических зависимостей до динамических нелинейностей.

Модификация метода Галёркина применима как для непрерывных, так и для импульсных САУ, включая многосвязные системы. Таким образом, полученные результаты открывают значительные перспективы для повышения качества и надежности управления в различных отраслях промышленности.

Список источников

1. Jingjing Gao, Xiangpeng Xie. A weighted switching sequence optimization algorithm for static output feedback control synthesis of nonlinear systems // Applied Mathematics and Computation. 2025. V. 489. P. 129152. https://doi.org/10.1016/j.amc.2024.129152.

2. Talha Mushtaq, Peter Seiler, Maziar S. Hemati. On the convexity of static output feedback control synthesis for systems with lossless nonlinearities // Automatica. 2024. V. 159. P. 111380. https://doi.org/10.1016/j.automa ica.2023.111380.

3. Pierdomenico Pepe. Nonlinear Systems With Delays // Encyclopedia of Systems and Control Engineering. Elsevier, 2026. P. 44–60. https://doi.org/10.1016/B978-0-443-14081-5.00154-9.

4. Peixuan Ding, Kaiyu Chen, Linlin Ou, Xinyi Yu, Weidong Zhang. Controller synthesis for a class of nonlinear systems with time delay based on stability region of PID controllers // ISA Transactions. 2025. V. 162. P. 85–94. https://doi.org/10.1016/j.isatra.2025.04.015.

5. Wen-Chao Huang, Hong-Fei Sun, Jian-Ping Zeng. Robust Control Synthesis of Polynomial Nonlinear Systems Using Sum of Squares Technique // Acta Automatica Sinica. 2013. V. 39. Iss. 6. P. 799–805. https://doi.org/10.1016/S1874-1029(13)60055-5.

6. Pyrkin A. A., Kolyubin S. A., Bobtsov A. A. Simple output controller for nonlinear systems with multisinusoidal disturbance // 21st Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2013. Crete: IEEE, 2013. P. 1087–1091.

7. Wang J., Aranovskiy S. V., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Kolyubin S. A. A Method to Provide Conditions for Sustained Excitation // Automation and Remote Control. 2018. V. 79. N. 2. P. 258–264. DOI 10.1134/S0005117918020054.

8. Bobtsov A., Borgul A., Kolyubin S., Zimenko K., Rabyish E., Pyrkin A. Mechatronic and Robotic Setups for Modern Control Theory Workshops // Preprints of ACE2012: 9th IFAC Symposium on Advances in Control Education. IFAC Proceedings Volumes. 2012. V. 45. Iss. 11. P. 348–353.

9. Шишлаков В. Ф., Шишлаков Д. В. Параметрический синтез многосвязных систем автоматического управления во временной области // Изв. высш. учеб. заведений. Проблемы энергетики. 2006. № 11-12. С. 49–53.

10. Никитин А. В., Шишлаков В. Ф. Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления: моногр. СПб: Изд-во СПбГУАП, 2003. 358 с.

11. Shishlakov V., Vataeva E., Reshetnikova N., Shishlakov D., Solenaya O. Synthesis of nonlinear impulse systems // Smart Innovation, Systems and Technologies. 2021. V. 187. P. 469–476. DOI 10.1007/978-981-15-5580-0_38.

12. Ватаева Е. Ю. Параметрический синтез операторов управления САУ при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов // Тр. МАИ. 2023. № 128. URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/450/6mfhhuss3uygnfsthl52yupcqhvecbpe/16_Vataeva.pdf (дата обращения: 14.08.2025).

13. Шишлаков В. Ф., Ватаева Е. Ю., Решетникова Н. В., Шишлаков Д. В. Синтез нелинейных импульсных систем при полиномиальной аппроксимации // Изв. высш. учеб. заведений. Приборостроение. 2019. Т. 62. № 9. С. 834–842. DOI 10.17586/0021-3454-2019-62-9-834-842.

References

1. Jingjing Gao, Xiangpeng Xie. A weighted switching sequence optimization algorithm for static output feedback control synthesis of nonlinear systems. *Applied Mathematics and Computation*, 2025, vol. 489, p. 129152. https://doi.org/10.1016/j.amc.2024.129152.

2. Talha Mushtaq, Peter Seiler, Maziar S. Hemati. On the convexity of static output feedback control synthesis for systems with lossless nonlinearities. *Automatica*, 2024, vol. 159, p. 111380. https://doi.org/10.1016/j.automa ica.2023.111380.

3. Pierdomenico Pepe. Nonlinear Systems With Delays. *Encyclopedia of Systems and Control Engineering.* Elsevier, 2026, pp. 44-60. https://doi.org/10.1016/B978-0-443-14081-5.00154-9.

4. Peixuan Ding, Kaiyu Chen, Linlin Ou, Xinyi Yu, Weidong Zhang. Controller synthesis for a class of nonlinear systems with time delay based on stability region of PID controllers. *ISA Transactions*, 2025, vol. 162, pp. 85-94. https://doi.org/10.1016/j.isatra.2025.04.015.

5. Wen-Chao Huang, Hong-Fei Sun, Jian-Ping Zeng. Robust Control Synthesis of Polynomial Nonlinear Systems Using Sum of Squares Technique. *Acta Automatica Sinica*, 2013, vol. 39, iss. 6, pp. 799-805. https://doi.org/10.1016/S1874-1029(13)60055-5.

6. Pyrkin A. A., Kolyubin S. A., Bobtsov A. A. Simple output controller for nonlinear systems with multisinusoidal disturbance. *21st Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2013.* Crete, IEEE, 2013. Pp. 1087-1091.

7. Wang J., Aranovskiy S. V., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Kolyubin S. A. A Method to Provide Conditions for Sustained Excitation. *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 2, pp. 258-264. DOI 10.1134/S0005117918020054.

8. Bobtsov A., Borgul A., Kolyubin S., Zimenko K., Rabyish E., Pyrkin A. Mechatronic and Robotic Setups for Modern Control Theory Workshops. *Preprints of ACE2012: 9th IFAC Symposium on Advances in Control Education. IFAC Proceedings Volumes*, 2012, vol. 45, iss. 11, pp. 348-353.

9. Shishlakov V. F., Shishlakov D. V. Parametricheskii sintez mnogosviaznykh sistem avtomaticheskogo upravleniia vo vremennoi oblasti [Parametric synthesis of multiconnected automatic control systems in the time domain]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Problemy energetiki*, 2006, no. 11-12, pp. 49-53.

10. Nikitin A. V., Shishlakov V. F. *Parametricheskii sintez nelineinykh sistem avtomaticheskogo upravleniia: monografiia* [Parametric synthesis of nonlinear automatic control systems: monograph]. Saint Petersburg, Izd-vo SPbGUAP, 2003. 358 p.

11. Shishlakov V., Vataeva E., Reshetnikova N., Shishlakov D., Solenaya O. Synthesis of nonlinear impulse systems. *Smart Innovation, Systems and Technologies*, 2021, vol. 187, pp. 469-476. DOI 10.1007/978-981-15-5580-0_38.

12. Vataeva E. Iu. Parametricheskii sintez operatorov upravleniia SAU pri polinomial'noi approksimatsii kharakteristik nelineinykh elementov [Parametric synthesis of ACS control operators with polynomial approximation of the characteristics of nonlinear elements]. *Trudy MAI*, 2023, no. 128. Available at: https://trudymai.ru/upload/iblock/450/6mfhhuss3uygnfsthl52yupcqhvecbpe/16_Vataeva.pdf (accessed: 14.08.2025).

13. Shishlakov V. F., Vataeva E. Iu., Reshetnikova N. V., Shishlakov D. V. Sintez nelineinykh impul'snykh sistem pri polinomial'noi approksimatsii [Synthesis of nonlinear pulse systems with polynomial approximation]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie*, 2019, vol. 62, no. 9, pp. 834-842. DOI 10.17586/0021-3454-2019-62-9-834-842.

Статья поступила в редакцию 16.10.2025; одобрена после рецензирования 14.01.2026; принята к публикации 01.04.2026
The article was submitted 16.10.2025; approved after reviewing 14.01.2026; accepted for publication 01.04.2026

Информация об авторе / Information about the author

Елизавета Юрьевна Ватаева – кандидат технических наук; доцент кафедры управления в технических системах; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения; elizavetavataeva@mail.ru

Elizaveta Yu. Vataeva – Candidate of Technical Sciences; Assistant Professor of the Department of Control in Technical System; Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation; elizavetavataeva@mail.ru