

## УПРАВЛЕНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ, АВТОМАТИЗАЦИЯ

## CONTROL, MODELING, AUTOMATION

Научная статья  
УДК 681.5  
<https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-4-7-17>  
EDN BQKPYI

### Модальный синтез оценителя неизмеряемых переменных состояния для системы стабилизации курса судна

*Владимир Васильевич Сахаров, Александр Александрович Чертков<sup>✉</sup>,  
Ярослав Николаевич Каск*

*Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова,  
Санкт-Петербург, Россия, [chertkov51@mail.ru](mailto:chertkov51@mail.ru)<sup>✉</sup>*

---

**Аннотация.** Цель работы состоит в применении технологий автоматизации и цифровизации процесса оценивания неизмеряемых переменных состояния судовой системы стабилизации курса при управлении высокотехнологичным программно-аппаратным оборудованием судна в целях интенсификации использования судов на качественно новом уровне, а также повышения надежности и эффективности их эксплуатации. Отмечается, что возможность оценивания вектора переменных состояния в реальном времени требует использования методов и вычислительных алгоритмов стохастической и, в частности, биномиальной фильтрации. Подчеркивается, что для повышения надежности и точности оценивания параметров системы стабилизации курса судна при воздействии возмущений, а также шумов измерений необходимы компромиссные решения, учитывающие требуемые значения быстродействия системы и ее устойчивости. Показано, что цифровизация математических и физических моделей судов, получение адекватных реальным процессам решений, возможность учета широкого спектра воздействий внешней среды и условий плавания позволяют синтезировать судовые управляющие комплексы в классе цифровых предиктивных систем с переходом к управлению безэкипажными объектами. Рассмотрен модальный метод синтеза оценителя вектора состояния полной размерности (наблюдателя Калмана), характеризующийся тем, что он позволяет получать оценки неизмеряемых переменных состояния судовой системы стабилизации по измеряемым выходу и входу системы путем построения модели состояния расширенной системы «объект – наблюдатель», обеспечивающей устойчивость судна на курсе. Предложены модель и алгоритм оценивания неизмеряемых переменных состояния с использованием алгоритмов биномиальной фильтрации, компьютерных технологий и инструментария моделирования в среде MATLAB. Предложенный алгоритм синтеза оценителя вектора неизмеряемых переменных состояния реализован в виде программы, составленной в кодах MATLAB, и демонстрируется на примере расчета двухмерного динамического наблюдателя для неустойчивого объекта управления. Полученные оценки неизмеряемых переменных, а также результаты моделирования динамических реакций системы стабилизации курса соответствуют заданному быстродействию и требуемой устойчивости судового объекта при переходе его в установившееся состояние при новых начальных условиях.

**Ключевые слова:** алгоритм синтеза, динамический наблюдатель, модальный метод, модель, оценитель переменных состояния, моделирование, переходные процессы

**Для цитирования:** Сахаров В. В., Чертков А. А., Каск Я. Н. Модальный синтез оценителя неизмеряемых переменных состояния для системы стабилизации курса судна // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 4. С. 7–17. <https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-4-7-17>. EDN BQKPYI.

Original article

## Modal synthesis of estimator of unmeasured state variables for ship course stabilization system

Vladimir V. Sakharov, Alexandr A. Chertkov✉, Yaroslav N. Kask

Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping,  
Saint-Petersburg, Russia, chertkov51@mail.ru✉

**Abstract.** The purpose of the study is to apply automation technologies and digitalization in estimating the unmeasurable variables of the ship course stabilization system to control the high-tech software and hardware and, thus, to intensify the use of ships at a qualitatively new level, as well as to improve the reliability and efficiency of their operation. It has been stated that estimating the vector of state variables in real time requires to use methods and computational algorithms of stochastic and, in particular, binomial filtering. It is emphasized that for improving the reliability and accuracy of estimating the parameters of the system under perturbations of the roll angle, angular rotation speed or measurement noise there are required compromise solutions that take into account the required values of the system's speed and stability. It is shown that digitalization of mathematical and physical ship models, producing the adequate decisions, taking into account a wide range of environmental influences and navigation conditions allow to synthesize ship control complexes in the class of digital predictive systems with a transition to the control of unmanned objects. There has been considered the modal method of synthesis of the vector estimator of the state of full dimension (Kalman observer) which can obtain estimates of unmeasured state variables of the course stabilization system with measured output and input of the system by developing a model of the state of the extended system 'object-observer', which ensures stability of the ship on the course. A model and an algorithm for estimating unmeasured state variables by using binomial filtering algorithms, matrix laboratory tools and computer modeling technologies in the MATLAB environment are proposed. The proposed algorithm for the synthesis of a vector evaluator of unmeasured state variables is implemented in the form of a program compiled in MATLAB codes and demonstrated in calculating a two-dimensional dynamic observer for an unstable object of control. The obtained estimates of unmeasured variables, as well as the results of modeling the dynamic reactions of the course stabilization system correspond to the specified speed and stability transient processes of the ship object when transferring it into the steady state under the new initial conditions.

**Keywords:** synthesis algorithm, dynamic observer, modal method, model, state variable evaluator, modeling, transient processes

**For citation:** Sakharov V. V., Chertkov A. A., Kask Ya. N. Modal synthesis of estimator of unmeasured state variables for ship course stabilization system. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*. 2022;4:7-17. (In Russ.). <https://doi.org/10.24143/2072-9502-2022-4-7-17>. EDN BQKPYI.

### Введение

Современный подход к решению задач оценивания неизмеряемых переменных состояния сложных динамических объектов, в том числе судов, базируется на использовании цифровых технологий и инструментов построения интеллектуальных систем. Искусственные нейронные сети и аппарат нечеткой логики позволяют на качественно новом уровне решать проблемы управления динамическими объектами высокой размерности с плохо формализуемыми моделями. Однако их применение в задачах синтеза оптимальных систем ограничивается наличием существенного недостатка, связанного со сложностью процесса обучения, требующего большого объема экспериментальных данных об объекте управления [1–3].

В концепции интегрированных систем управления флотом актуальное значение имеет решение проблемы стабилизации судов на курсе с использованием цифровых технологий. В частности, в работах [4, 5] предложено применение цифровых технологий, реализуемых на основе модального

метода синтеза, к динамической модели судовой системы стабилизации курса, что позволит путем вариации осуществлять выбор требуемых параметров авторулевых комплексов, обеспечивающих устойчивость судна на курсе. С целью преодоления этих сложностей предлагается использовать наряду с инструментальными математическими датчиками информации, которые строятся на динамических наблюдателях и оценщиках. В системах реального времени наиболее распространены оценки типа «фильтрация», которые характерны для оценщиков полного порядка, предложенных Р. Калманом. Основу этих оценщиков составляет подсистема в виде идентификатора состояния, включающего модель объекта управления, входными сигналами которой являются то же управляющее воздействие и сигнал невязки между выходами объекта и модели, служащий сигналом обратной связи по ошибке восстановления вектора состояния. За счет его влияния динамика модели приобретает качественно новые свойства, когда свободные движения объекта и модели различаются

ся, но вынужденные – асимптотически сходятся. Это позволяет заменить переменные состояния объекта переменными состояниями модели, т. е. их оценками. Построенные на этой основе оценщики обладают свойствами динамической системы и называются динамическими компенсаторами. Необходимыми условиями реализации алгоритма оценивания вектора состояния объекта и возмущений, а также восстановления неизмеряемых переменных состояния, согласно [6–10], служат текущие измерения его входов и выходов и использование параметрической информации о модели объекта. Актуальность проблемы синтеза оценщиков состояния широко освещена в российской [11, 12] и зарубежной [13, 14] литературе. Однако на практике, при разработке алгоритма синтеза оценщиков, необходимо учитывать специфику динамических свойств конкретных объектов [15].

### Методы и материалы

Рассмотрим в общем случае алгоритм синтеза оценщика и покажем его реализацию на конкретном объекте. С этой целью выбираем модель управляемого объекта в виде системы матричных уравнений, заданных в форме пространства состояний:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), \\ Y(t) = CX(t) + DU(t), \end{cases} \quad (1)$$

для начальных условий:  $X(t_0) = X_0$ ,  $t \geq t_0$ . Здесь  $X(t) \in R^n$ ,  $U(t) \in R^m$  и  $Y(t) \in R^l$  – векторы состояния, управления и выхода соответственно;  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  – матрицы состояния, управления, выхода и связи вход – выход линейной стационарной системы соответственно.

Процесс синтеза алгоритма оценивания переменных состояния этого объекта заключается в формировании такой структуры наблюдателя, переменные состояния которого могли бы служить оценками переменных состояния объекта управления.

Предположим, что  $D = 0$ . Тогда алгоритм оценки переменных состояния  $X(t)$  по измеряемым переменным управления  $U(t)$  и выходным переменным  $Y(t)$ , описываемый уравнениями

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}(t) = A\hat{X}(t) + BU(t) + N[Y(t) - \hat{Y}(t)], \\ \hat{Y}(t) = C\hat{X}(t), \end{cases} \quad (2)$$

где  $N = [n_1, n_2, \dots, n_n]$  – вектор коэффициентов усиления наблюдателя, будет отображать работу наблюдателя в составе обобщенной системы управления, представленной на рис. 1.

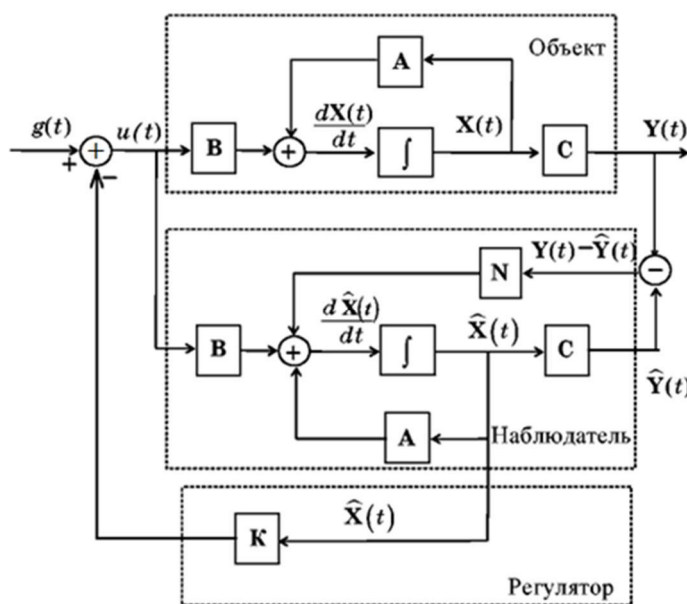


Рис. 1. Структура системы управления объектом с наблюдателем:

$\hat{X}(t) \in R^n$  – вектор переменных состояния наблюдателя, служащий оценкой состояния объекта;  $N - (n \cdot 1)$  – вектор коэффициентов усиления (настройки) наблюдателя, подлежащих определению;  $\hat{Y}(t) = C\hat{X}(t)$  – вектор выхода наблюдателя, служащий оценкой вектора выхода объекта; матрица  $D = 0$ ;  $K = [k_1, k_2, \dots, k_n]$

Fig. 1. Structure of the object control system with an observer:  $\hat{X}(t) \in R^n$  – a vector of the observer's state variables, which serves as an estimate of the state of an object;  $N - (n \cdot 1)$  – vector of gains (setting) of the observer under determination;  $\hat{Y}(t) = C\hat{X}(t)$  – the observer's output vector, which serves as an estimate of the object's output vector; matrix  $D = 0$ ;  $K = [k_1, k_2, \dots, k_n]$

Представленный моделью (2) регулятор является уже динамической системой, порядок которой совпадает с порядком объекта управления. Такой регулятор называют динамическим компенсатором.

Объединив уравнения (2), получим:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}(t) &= A\hat{X}(t) - NC\hat{X}(t) + BU(t) + NCX(t) = \\ &= (A - NC)\hat{X}(t) + BU(t) + NCX(t). \end{aligned}$$

Если в уравнении (2) заменить выход  $Y(t) = CX(t)$ , то динамическую модель наблюдателя можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}(t) = H\hat{X}(t) + BU(t) + NCX(t), \\ \hat{Y}(t) = C\hat{X}(t), \end{cases} \quad (3)$$

где  $H = (A - NC)$  – матрица динамических свойств наблюдателя,  $D = 0$ .

Поскольку наблюдатель (оценщик) строят, как правило, в системе модального управления объектом (см. рис. 1), то вектор управления  $U(t)$  принимает вид

$$U(t) = -K\hat{X}(t), \quad K = [k_1, k_2, \dots, k_n], \quad (4)$$

где  $K$  – вектор коэффициентов усиления цепи обратной связи в системе модального управления.

Для расчета численных значений коэффициентов  $k_1, k_2, \dots, k_n$  находят характеристический многочлен модального регулятора с собственными числами матрицы  $\tilde{A} = A - BK$  и приравнивают его коэффициенты при степенях оператора  $s$  к коэффициентам при тех же степенях  $s$  стандартного полинома того же порядка, но с желаемым распределением корней.

Выбором элементов матрицы  $N$  наблюдателю также можно придать любое желаемое распределение корней (собственных чисел матрицы  $H$ ) характеристического уравнения

$$D(s) = \det [sI - H], \quad (5)$$

где  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$  – единичная матрица, при

котором процесс оценивания (3) асимптотически устойчив и  $\varepsilon = \hat{X} - X \rightarrow 0$ , т. е. при  $t \rightarrow \infty$  оценочные переменные состояния наблюдателя стремятся к переменным состояния объекта при любых начальных значениях  $X_0, \hat{X}_0$ .

Для выбора распределения корней характеристического уравнения наблюдателя обычно пользуются одной из стандартных форм, например

$$s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_0 = 0, \quad (6)$$

где  $\alpha_i, i = 0, 1, \dots, n - 1$  – коэффициенты стандартного полинома, выбранного в качестве желаемой формы характеристического полинома  $D(s)$  замкнутой системы.

При этом так же, как и при расчете модального регулятора, приравнивают коэффициенты при одинаковых степенях оператора  $s$  в уравнениях (5) и (6) и находят выражения для определения элементов матрицы  $N$  наблюдателя через параметр  $\omega$  стандартных форм.

Параметры наблюдателя и параметры регулятора могут рассчитываться независимо. Понятно, что процессы в наблюдателе должны протекать более быстро, чем переходный процесс в системе. Эмпирически установлено [5], что наблюдатель должен обладать быстродействием, в 2–4 раза превышающим быстродействие системы.

С учетом полученных оценок формируется расширенная (композиционная) модель динамической системы (объект, наблюдатель) управления. Полученный с ее помощью вектор состояния системы содержит численные значения как самих переменных состояния, так и их оценок.

При объединении двух независимых систем (объекта и наблюдателя), описываемых уравнениями состояния (1) и (3) с учетом (4), матрицы  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$  обобщенной (композиционной) системы имеют блочную структуру (см. [3]):

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ NC & H - BK \end{bmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \quad -C]. \quad (7)$$

Для восстановления вектора состояния в расширенной системе (7) размерности  $\bar{n} = n_1 + n_2$  предложен наблюдатель следующей структуры:

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}(t) = \bar{A}\bar{X}(t) - \bar{B}K\bar{X}(t) + N(Y(t) - \bar{Y}(t)), \\ \bar{Y}(t) = \bar{C}\bar{X}(t), \quad \bar{X}(t_0) = \bar{X}_0, \quad t \geq t_0, \end{cases}$$

где  $\bar{X}(t) = [X(t) \hat{X}(t)] \in R^n$ ,  $\bar{Y}(t) = [Y(t) \hat{Y}(t)] \in R^l$  – векторы, служащие оценками соответственно состояния и выхода расширенной системы «объект – наблюдатель».

Покажем реализацию представленного выше алгоритма синтеза на примере упрощенной модели стабилизации судна для оценивания его переменных состояния.

Пусть упрощенная модель объекта управления (судна) задана в пространстве состояний матрицами

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \quad 0]; \quad D = 0.$$

Для анализа устойчивости заданной модели судна получим с применением инструментария среды MATLAB собственные числа матрицы  $A$ :

```
<< eig(A)
ans =
    1
    2
```

Поскольку собственные числа матрицы  $A$  положительны, объект управления будет неустойчивым. Поэтому синтез оценщика для неустойчивого объекта можно осуществить только решив задачу модального управления объектом, т. е. обеспечения заданного расположения корней характеристического многочлена. Отсюда следует,

$$\begin{aligned} \det(sI_2 - \tilde{A}) &= \det(sI_2 - A + BK) = \det\left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\right) = \\ &= \det\left(\begin{bmatrix} s & -1 \\ 2 & s-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix}\right) = s^2 + (k_2 - 3)s + k_1 + 2, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $s$  – операторная переменная;  $k_1, k_2$  – коэффициенты усиления цепи обратной связи по переменным  $x_1$  и  $x_2$  соответственно.

Для выбора желаемого распределения корней характеристического уравнения модального регулятора воспользуемся одной из стандартных форм, например квадратным двучленом вида

$$D(s) = (Ts + 1)^n, \quad (9)$$

где  $n = 2$ ,  $T = t_{p,жел} / 3n$ .

Задавшись заданным быстродействием системы, например  $t_{p,жел} = 0,3$  с, рассчитываем параметр  $T = 0,3 / (3 \cdot 2) = 0,05$  с. После приведения стандартной формы к каноническому виду получим

$$D(s) = s^2 + 40s + 400.$$

Для расчета коэффициентов усиления  $k_1, k_2$  модального регулятора приравнивают коэффициенты при одинаковых степенях оператора  $s$  в уравнениях (8) и (9) и находят выражения для их численной оценки:

$$(k_2 - 3) = 40; \quad (k_1 + 2) = 400,$$

отсюда

$$k_1 = 398; \quad k_2 = 43.$$

При известных значениях вектора коэффициентов  $K$  найдем, используя инструментарий MATLAB, собственные числа матрицы  $\tilde{A}$  замкнутой системы управления заданным объектом

```
<< eig(A_)
ans =
   -20
   -20
```

что все компоненты вектора состояния  $X$  могут быть измерены.

Матрица свободного движения замкнутой системы находится в виде

$$\tilde{A} = A - BK.$$

С учетом размерности объекта управления  $n = 2$  характеристический многочлен модального регулятора с собственными числами матрицы  $\tilde{A}$  будет иметь вид

Получили отрицательные значения собственных чисел, что свидетельствует об устойчивости замкнутой модальным регулятором системы управления заданным объектом. Следовательно, можно приступить к синтезу наблюдателя (оценщика) вектора неизмеряемых переменных состояния.

Для расчета наблюдателя нужно найти матрицу  $H = (A - NC)$  динамических свойств наблюдателя:

$$\begin{aligned} H &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_1 & 0 \\ n_2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n_1 & 1 \\ -2-n_2 & 3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

С учетом размерности объекта управления  $n = 2$  характеристический многочлен динамического наблюдателя с собственными числами матрицы  $H$  будет иметь вид

$$\begin{aligned} \det(sI_2 - H) &= \det\left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -n_1 & 1 \\ -2-n_2 & 3 \end{bmatrix}\right) = \\ &= \det\left(\begin{bmatrix} s+n_1 & -1 \\ 2+n_2 & s-3 \end{bmatrix}\right) = s^2 + (n_1 - 3)s - 3n_1 + n_2 + 2. \end{aligned} \quad (10)$$

Для выбора желаемого распределения корней характеристического уравнения наблюдателя воспользуемся одной из стандартных форм, например тем же квадратным двучленом вида

$$D(s) = (Ts + 1)^n,$$

где  $n = 2$ ;  $T = t_{p,жел} / 3n$ .

Поскольку наблюдатель должен обладать быстродействием, в 2–4 раза превышающим быстродействие системы, задаемся для него желаемым значением  $t_{p,жел} = 0,15$  с. Тогда параметр

$T_n = 0,15 / (3 \cdot 2) = 0,025$  с. После приведения стандартной формы к каноническому виду получим

$$D_n(s) = s^2 + 80s + 1\,600. \quad (11)$$

При этом так же, как и при расчете модального регулятора, приравнивают коэффициенты при одинаковых степенях оператора  $s$  в уравнениях

$$H = A - NC = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 83 \\ 1\,847 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 83 & 0 \\ 1\,847 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -83 & 1 \\ -1\,849 & 3 \end{bmatrix}.$$

Сформируем на основании (7) композитные (составные) матрицы расширенной системы как совокупности двух подсистем – объекта с модаль-

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -398 & -43 \\ 83 & 0 & -83 & 1 \\ 1\,847 & 0 & -2\,247 & -40 \end{bmatrix}; \quad B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad C_e = [1 \ 0 \ -1 \ 0]. \quad (12)$$

Найдем собственные числа матрицы  $A_e$  и покажем, что обобщенная модель системы модального управления объектом с наблюдателем будет устойчивой. С этой целью, используя набор команд MATLAB

```
A_e = [0 1 0 0; -2 3 -398 -43; 83 0 -83 1; 1847 0 -2247 -40];
eig(A_e)
```

можно получить следующие результаты их численных оценок:

```
ans =
-40.0000 + 0.0000i
-40.0000 - 0.0000i
-20.0000 + 0.0000i
-20.0000 - 0.0000i
```

По отрицательным значениям вещественных и нулевым значениям мнимых частей собственных чисел можно судить о том, что синтезированная система модального управления объектом с наблюдателем (оценителем) будет обладать высокой астатической устойчивостью.

Зададимся начальными условиями  $X(0)$  для переменных  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$ , определяющими заданную траекторию свободного движения (в отсутствие входного воздействия  $g(t)$ ) наблюдаемого объекта

$$X(0) = [0.05, 0.2]'$$

а также начальными условиями  $\hat{X}(0)$  для оценок переменных  $\hat{x}_1(t)$  и  $\hat{x}_2(t)$ , определяющими траекторию свободного движения расширенной (с наблюдателем) системы

(10) и (11) и находят выражения для определения элементов матрицы  $N$  наблюдателя:

$$(n_1 - 3) = 80; \quad (n_2 - 3n_1 + 2) = 1\,600,$$

отсюда  $n_1 = 83; n_2 = 3n_1 - 2 + 1\,600 = 1\,847$ .

На основании известного вектора коэффициентов наблюдателя  $N = [83; 1\,847]$  найдем матрицу  $H$  динамического наблюдателя (оценителя):

ным регулятором и динамического наблюдателя (оценителя):

$$\hat{X}(0) = [0, 0]'$$

Для получения численных значений вектора  $X_e = [x_1(t), x_2(t), \hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t)]$  неизмеряемых переменных состояния при измеряемом векторе выхода  $Y$  и известном входе  $G$  системы и моделирования реакции динамической системы на произвольные входы воспользуемся функцией `lsim` из инструментария MATLAB, полный синтаксис которой имеет вид

$$[Y, X] = \text{lsim}(\text{SYS}, G, T, X0).$$

Данная функция, наряду с вектором выхода  $Y$  возвращает матрицу  $X$ , число строк в которой определяется размерностью массива временных отсчетов  $T$ , а число столбцов – числом переменных состояния, описывающих траекторию движения системы.

### Результаты

Фрагмент программы, которая составлена в кодах среды MATLAB, позволяющей выполнить расчет и моделирование системы (12), выполнено с применением инструментария матричной лаборатории:

```
%Файл "cheest4722.m"
A = [0 1; -2 3]; B = [0; 1]; C = [1 0]; D = 0;
k1 = 398; k2 = 43; % Коэффициенты усиления
модального регулятора
K = [k1 k2];
Ap = A - B*K_
% Dn=s^2+80*s+1600
n1 = 83; n2 = 1847; % Коэффициенты усиления
наблюдателя (оценителя)
```

```

N = [n1;n2] -0.0003
H = A-N*C % Матрица динамического наблю- -0.0002
дателя (оценителя) -0.0002
eig(H_) -0.0001
t = 0:0.01:1; -0.0001
g = zeros(size(t)); % Входное воздействие системы -0.0001
% Составные матрицы расширенной системы -0.0000
(объект – наблюдатель) -0.0000
Ae = [A,-B*K;N*C,H-B*K] -0.0000
eig(Ae)
xe =
Be = [B;B]; Ce = [C -C]; 0.0500 0.2000 0 0
% Начальные условия для переменных состояния 0.0513 0.0106 0.0309 0.4386
x0_ = [0,0]'; x0 = [0.05,0.2]'; 0.0497 -0.3275 0.0448 0.3361
xe0 = [x0; x0_]; 0.0449 -0.6200 0.0475 0.0774
% Моделирование временной реакции на про- 0.0377 -0.8036 0.0434 -0.1668
извольные входы 0.0292 -0.8766 0.0357 -0.3362
[y,xe] = lsim(Ae, Be, Ce, 0, u, t, xe0) 0.0205 -0.8613 0.0266 -0.4230
% График кривой реакции выхода системы на 0.0122 -0.7859 0.0175 -0.4412
произвольные входы 0.0049 -0.6762 0.0092 -0.4109
plot(t, y, 'b'),grid -0.0013 -0.5522 0.0022 -0.3514
figure -0.0062 -0.4280 -0.0035 -0.2781
% Графики кривых реакции системы по каждой 0.0099 -0.3127 -0.0078 -0.2019
переменной состояния и ее оценки -0.0125 -0.2114 -0.0110 -0.1302
plot(t,x(:,1),'-b', t, xe(:,3),'b'),grid -0.0141 -0.1260 -0.0130 -0.0670
figure -0.0150 -0.0569 -0.0142 -0.0142
plot(t,x(:,2), '-m', t, xe(:,4),'m'),grid -0.0153 -0.0029 -0.0147 0.0278
Согласно синтаксису приведенной выше функ- -0.0152 0.0376 -0.0147 0.0595
ции lsim, ниже выведены численные оценки векто-
ра выхода  $Y_e$ , а также вектора  $X_e$ , элементы которо-
го в виде четырех столбцов отражают численные
значения переменных состояния  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  в по-
рядке их нумерации, а затем в том же порядке зна-
чения их оценок.

.....
-0.0001 0.0012 -0.0001 0.0012
-0.0001 0.0010 -0.0001 0.0010
-0.0000 0.0009 -0.0000 0.0009
-0.0000 0.0007 -0.0000 0.0007
-0.0000 0.0006 -0.0000 0.0006
-0.0000 0.0005 -0.0000 0.0005
-0.0000 0.0004 -0.0000 0.0004
-0.0000 0.0004 -0.0000 0.0004
-0.0000 0.0003 -0.0000 0.0003
-0.0000 0.0003 -0.0000 0.0003
-0.0000 0.0002 -0.0000 0.0002
-0.0000 0.0002 -0.0000 0.0002
-0.0000 0.0001 -0.0000 0.0001
-0.0000 0.0001 -0.0000 0.0001

.....

-0.0011
-0.0008
-0.0006
-0.0004

>> estvar1
y =
0.0500
0.0204
0.0049
-0.0026
-0.0057
-0.0064
-0.0061
-0.0053
-0.0043
-0.0034
-0.0027
-0.0020
.....
-0.0011
-0.0008
-0.0006
-0.0004

```

На рис. 2 приведены графики траекторий свободного движения (динамики) системы стабилизации судна, определяемые различными начальными условиями для переменной состояния  $x_1(t)$  (пунктирная кривая) и ее оценки  $\hat{x}_1(t)$  (сплошная кривая), а на рис. 3 – аналогичные графики, но по переменной состояния  $x_2(t)$ ; на рис. 4 приведен график реакции выхода  $Y_e(t)$  расширенной на изменившиеся начальные условия.

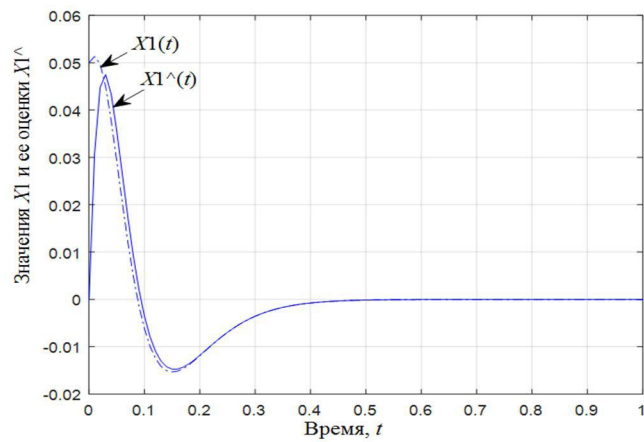


Рис. 2. Заданная (пунктирная) и фактическая (непрерывная) кривые динамики системы по первой переменной состояния

Fig. 2. Target (dashed) and actual (continuous) curves of system dynamics in terms of the first state variable

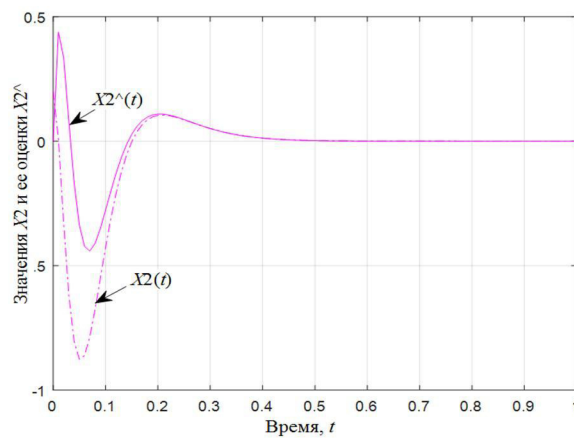


Рис. 3. Заданная (пунктирная) и фактическая (непрерывная) кривые динамики системы по второй переменной состояния

Fig. 3. Target (dashed) and actual (continuous) curves of system dynamics in terms of the second state variable

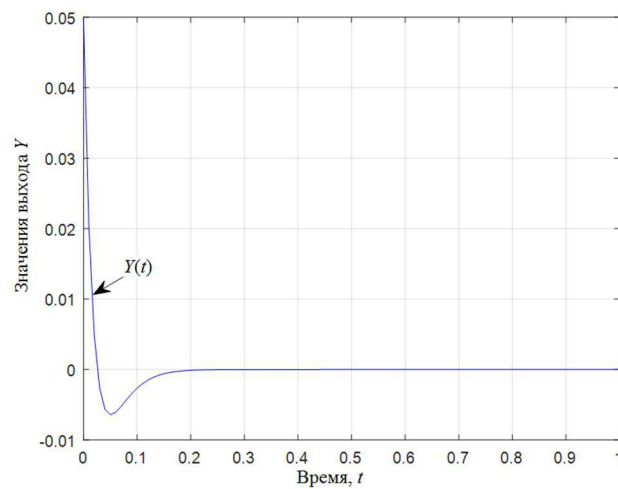


Рис. 4. Реакция выхода  $Y_e$  системы управления с оценщиком на произвольные входы

Fig. 4. Response of the output  $Y_e$  of a control system with an estimator to arbitrary inputs



### Обсуждение

Как видно из представленных выше результатов расчета, получены численные значения неизмеряемых переменных  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  состояния объекта управления и их оценок  $\hat{x}_1(t)$ ,  $\hat{x}_2(t)$ . Таким образом, поставленная цель успешно достигнута.

Кроме того, результаты моделирования реакции (динамики) судовой системы стабилизации с оценителем переменных ее состояния (см. рис. 2 и 3) на различные начальные условия для каждой переменной и ее оценки указывают на асимптотическую сходимость траекторий, описываемых этими переменными и их оценками по завершении переходных процессов.

Как следует также из графика динамики обобщенной системы стабилизации судна (см. рис. 4), время переходного процесса в ней не превышает 0,3 с, что соответствует заданному значению  $t_{p,жел} = 0,3$  с. Полученные графики отражают специфику объекта, из которой следует, что время переходного процесса зависит не только от численных значений параметров модели, но и от правильного выбора собственных чисел матриц модального регулятора и динамического наблюдателя (оценителя) значений переменных состояния.

### Заключение

В работе приводятся результаты исследований авторов, связанные с построением алгоритма наблюдателя (оценителя) полной размерности с использованием модели расширенной системы «объект – наблюдатель», что позволяет получить оценки векторов неизмеряемых переменных состояния по доступным измерениям вектору выхода, в качестве которого может быть принята, например, угловая скорости крена. Корректность предлагаемых технических решений демонстрируется на примерах расчета оптимальных траекторий системы

стабилизации судна с динамическим наблюдателем.

Модальный метод синтеза наблюдателя и алгоритм его реализации в приложении к модели судна с заданной структурой позволяют получить простые решения для управления свободными составляющими движения, однозначно определяемыми по совокупности собственных значений матрицы замкнутой системы. Для линейной модели наблюдателя устойчивость гарантируется обоснованным выбором характеристического многочлена второго порядка, корни которого обеспечивают наблюдателю быстроедействие в два раза выше быстрогодействия системы. Метод и алгоритм позволяют синтезировать наблюдатели с требуемым спектром для полного восстановления вектора состояния при любых способах перекадки руля.

Выбор структуры расширенной системы наблюдателя путем введения векторов  $\hat{x}_1(t)$  и  $\hat{x}_2(t)$  позволяет предложить способ мониторинга датчиков угловой скорости и угла дрейфа, являющихся переменными состояния объекта. Наблюдатели фактически являются математическими датчиками информации и могут использоваться как для восстановления неизмеряемых переменных состояния, так и других переменных, измерение которых в судовых условиях затруднено.

Предложенный алгоритм численной оценки вектора состояний средствами математического программирования может эффективно применяться на судах для управления технологическими процессами, плохо формализуемыми в математической форме. Алгоритмы оптимизации судовых объектов и систем средствами математического программирования содержат модели динамических объектов в форме уравнений в пространстве состояний, которые образуют систему ограничений на каждом шаге итерационного процесса.

### Список источников

1. Tomera M. Nonlinear controller design of a ship autopilot // *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*. 2010. V. 20. Iss. 2. P. 271–280. DOI: 10.2478/v10006-010-0020-8.
2. Дерябин В. В. Использование нейронных сетей для стабилизации судна на траектории // *Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С. О. Макарова*. 2018. Т. 10. № 4. С. 665–678. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-4-665-678.
3. Лукашкин Г. Е. Построение системы автономного адаптивного управления судном на основе нечеткой логики // *Транспортное дело России*. 2019. № 5. С. 177–180.
4. Сахаров В. В., Чертков А. А., Сабуров С. В. Алгоритмизация и синтез систем управления судовыми динамическими объектами средствами математического программирования // *Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С. О. Макарова*. 2016. № 3 (37). С. 201–211. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-7-3-201-211.
5. Веремей Е. И., Корчанов В. М., Коровкин М. В., Погожев С. В. Компьютерное моделирование систем управления движением морских подвижных объектов. СПб.: Изд-во НИИ Химии СПбГУ, 2002. 370 с.
6. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб.: Наука, 2000. 475 с.
7. Witkowska A., Smierzchalski R. Designing a ship course controller by applying the adaptive backstepping method // *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*. 2012. V. 22. Iss. 4. P. 985–997. DOI: 10.2478/v10006-012-0073-y.
8. Сахаров В. В., Шергина О. В., Чертков А. А. Синтез оптимального оценителя для системы управления судовым динамическим объектом // *Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С. О. Макарова*. 2013. № 1 (20). С. 26–31.
9. Чертков А. А. Синтез наблюдателя на основе фильтра Калмана для системы управления динамическим объектом // *Информационные технологии и системы: управление, экономика, транспорт, право*. 2014. № 1 (12). С. 66–71.
10. Никитин Е. Д., Тимочкина Т. В., Миклуш А., Яготинцева Н. В. Анализ и структура систем динамического позиционирования судов // *Информационные технологии и системы: управление, экономика, транспорт, право*. 2017. № 3 (21). С. 85–90.

11. Гофман А. Д. Динамика корабля. СПб.: Изд-во СПГУВК, 2003. 150 с.
12. Жеребцов В. М., Клепач Д. П. Системы автоматического управления движением судна // Новая наука: современное состояние и пути развития. 2016. № 11-2. С. 159–162.
13. Powell J. Da., Franklin G. F. Feedback Control of Dynamic Systems. Pearson, 2014. 880 p.
14. Dhaliwal S. S. State Estimation and Parameter Identifi-

- fication of Continuous-time Nonlinear Systems: Master thesis. Ontario, Canada: Queen's University Kingston, 2011. 83 p.
15. Чертков А. А., Загрединов В. А., Михайлов Ю. Б. Алгоритм наблюдателя системы управления курсом судна для оценки возмущений и шумов измерений // Вестн. Гос. ун-та мор. и реч. флота им. адм. С. О. Макарова. 2016. Т. 8. № 6 (40). С. 221–227. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-6-221-227.

## References

1. Tomera M. Nonlinear controller design of a ship autopilot. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2010, vol. 20, iss. 2, pp. 271-280. DOI: 10.2478/v10006-010-0020-8.
2. Deriabin V. V. Ispol'zovanie neuronnykh setei dlia stabilizatsii sudna na traektorii [Using neural networks to stabilize vessel on trajectory]. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova*, 2018, vol. 10, no. 4, pp. 665-678. DOI: 10.21821/2309-5180-2018-10-4-665-678.
3. Lukashkin G. E. Postroenie sistemy avtonomnogo adaptivnogo upravleniia sudnom na osnove nechetkoi logiki [Constructing autonomous ship adaptive control system based on fuzzy logic]. *Transportnoe delo Rossii*, 2019, no. 5, pp. 177-180.
4. Sakharov V. V., Chertkov A. A., Saburov S. V. Algoritmizatsiia i sintez sistem upravleniia sudovymi dinamicheskimi ob"ektami sredstvami matematicheskogo programmirovaniia [Algorithmization and synthesis of control systems for ship dynamic objects by means of mathematical programming]. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova*, 2016, no. 3 (37), pp. 201-211. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-7-3-201-211.
5. Veremei E. I., Korchanov V. M., Korovkin M. V., Pogozhev C. V. Komp'uternoe modelirovanie sistem upravleniia dvizheniem morskikh podvizhnykh ob"ektov [Computer modeling of motion control systems for marine moving objects]. Saint-Petersburg, Izd-vo NII Khimii SPbGU, 2002. 370 p.
6. Andrievskii B. R., Fradkov A. L. *Izbrannye glavy teorii avtomaticheskogo upravleniia s primerami na iazyke MATLAB* [Selected chapters of theory of automatic control with examples in MATLAB language]. Saint-Petersburg, Nauka Publ., 2000. 475 p.
7. Witkowska A., Smierzchalski R. Designing a ship course controller by applying the adaptive backstepping method. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2012, vol. 22, iss. 4, pp. 985-997. DOI: 10.2478/v10006-012-0073-y.
8. Sakharov V. V., Shergina O. V., Chertkov A. A. Sintez optimal'nogo otsenivatel'ia dlia sistemy upravleniia sudovym dinamicheskim ob"ektom [Synthesis of optimal estimator for control system of ship dynamic object]. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova*, 2013, no. 1 (20), pp. 26-31.
9. Chertkov A. A. Sintez nabludatel'ia na osnove fil'tra Kalmana dlia sistemy upravleniia dinamicheskim ob"ektom [Synthesis of observer based on Kalman filter for control system of dynamic object]. *Informatsionnye tekhnologii i sistemy: upravlenie, ekonomika, transport, pravo*, 2014, no. 1 (12), pp. 66-71.
10. Nikitin E. D., Timochkina T. V., Miklush A., Iagotintseva N. V. Analiz i struktura sistem dinamicheskogo pozitsionirovaniia sudov [Analysis and structure of ship dynamic positioning systems]. *Informatsionnye tekhnologii i sistemy: upravlenie, ekonomika, transport, pravo*, 2017, no. 3 (21), pp. 85-90.
11. Gofman A. D. *Dinamika korablia* [Ship dynamics]. Saint-Petersburg, Izd-vo SPGUVK, 2003. 150 p.
12. Zherebtsov V. M., Klepach D. P. Sistemy avtomaticheskogo upravleniia dvizheniem sudna [Systems of automatic control of vessel movement]. *Novaya nauka: sovremennoe sostoiianie i puti razvitiia*, 2016, no. 11-2, pp. 159-162.
13. Powell J. Da., Franklin G. F. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson, 2014. 880 p.
14. Dhaliwal S. S. *State Estimation and Parameter Identification of Continuous-time Nonlinear Systems: Master thesis*. Ontario, Canada, Queen's University Kingston, 2011. 83 p.
15. Chertkov A. A., Zagredinov V. A., Mikhailov Iu. B. Algoritm nabludatel'ia sistemy upravleniia kursom sudna dlia otsenki vozmushchenii i shumov izmerenii [Algorithm of observer of ship heading control system for estimating disturbances and measurement noises]. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova*, 2016, vol. 8, no. 6 (40), pp. 221-227. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-6-221-227.

Статья поступила в редакцию 29.08.2022; одобрена после рецензирования 23.09.2022; принята к публикации 11.10.2022  
The article is submitted 29.08.2022; approved after reviewing 23.09.2022; accepted for publication 11.10.2022

## Информация об авторах / Information about the authors

**Владимир Васильевич Сахаров** – доктор технических наук, профессор; заведующий кафедрой электротехники и автоматизации; Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова; saharov\_@rambler.ru

**Vladimir V. Sakharov** – Doctor of Sciences in Technology, Professor; Head of the Department of Electrical Engineering and Automation; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping; saharov\_@rambler.ru

**Александр Александрович Чертков** – доктор технических наук, доцент; профессор кафедры электротехники и автоматики; Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова; chertkov51@mail.ru

**Ярослав Николаевич Каск** – кандидат технических наук; доцент кафедры электротехники и автоматики; Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова; rgam2010@yandex.ru

**Alexandr A. Chertkov** – Doctor of Sciences in Technology, Assistant Professor; Professor of the Department of Electrical Engineering and Automation; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping; chertkov51@mail.ru

**Yaroslav N. Kask** – Candidate of Sciences in Technology; Assistant Professor of the Department of Electrical Engineering and Automation; Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping; rgam2010@yandex.ru

