

Аунг Пьюэ Вин

АВТОКОЛЕБАНИЯ В НЕАВТОНОМНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С СУХИМ ТРЕНИЕМ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВНЕШНЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Динамические системы с сухим трением (математические модели систем управления, учет сухого трения в которых является настоящей необходимостью), относятся к системам, исследование которых вызывает определенные трудности. Известные аппроксимации закона сухого трения приводят к использованию в динамических системах сложных, неоднозначных, существенных нелинейных зависимостей (нелинейностей). Фазовое пространство таких систем (пространство состояний) имеет чрезвычайно сложную структуру. Приближенные аналитические методы исследования подобных систем не обеспечивают требуемого уровня достоверности. Из точных аналитических методов наиболее пригодным для исследования подобных систем остается метод точечных отображений, разработанный школой академика А. А. Андропова для нелинейных задач данного класса. Однако в большинстве случаев метод применялся для исследования динамических систем с сухим трением, не находящихся под внешним воздействием (автономных систем). Для неавтономной динамической системы с сухим трением (с гармоническим внешним воздействием) использован метод точечных отображений. Сухое трение в системе моделировалось с помощью одной из некулоновских идеализаций, позволяющей учесть (в отличие от кулоновской идеализации) такую физически значимую особенность сухого трения, как превышение сил трения покоя над силами трения движения. В ходе вычислительного эксперимента над моделью наблюдались устойчивые вынужденные периодические движения, имеющие существенные различия. На основе строгого анализа – метода точечных отображений с использованием формулы Коши для нахождения решений на линейных отрезках нелинейности – получено уравнение граничной поверхности в пространстве параметров системы, разделяющей области существования качественно различных типов движений.

Ключевые слова: сухое трение, математическая модель, некулоновская идеализация, система автоматического регулирования локального уровня, автоколебания, предельный цикл, фазовая плоскость, пространство параметров.

Состояние проблемы

Для такой отрасли науки, как автоматизация технических объектов и протекающих в них технологических процессов, научный и практический интерес представляет возникновение в автоматических системах регулирования и управления автоколебательных динамических режимов, объясняемых проявлением нелинейных свойств этих систем, а также наличием внешних постоянно действующих возмущающих воздействий.

Часто нелинейные свойства систем связаны с сухим трением, неизменно присутствующим в механических элементах автоматических управляющих устройств. Стремление в максимальной степени повысить точность и быстродействие автоматических устройств часто приводит к тому, что сухое трение начинает оказывать решающее влияние на динамику автоматической системы в целом и может стать причиной возникновения нежелательного динамического поведения технического объекта, вплоть до потери им свойств устойчивости и создания аварийной ситуации.

Сухое трение относится к сложным, трудно формализуемым физическим явлениям, что часто приводит к некорректным выводам о его влиянии на динамическое поведение автоматических систем. Несмотря на то, что наука о сухом трении ведет свой отсчет от работ Леонардо да Винчи (Leonardo de Vinci, 1452–1519), трение во многих своих аспектах все еще остается загадкой. Приведем две цитаты: 1) «...трение до сих пор не имеет достаточного физического объяснения. Сталкиваясь всюду с трением, инженер не только не умеет им управлять, но даже правильно учесть его наличие, физик же не располагает достаточными знаниями, чтобы его исчерпывающе объяснить...» [1]; 2) «... трение не очень хорошо проанализировано, несмотря на огромное значение такого анализа для техники» [2].

Постановка задачи

Среди автоматических систем особое место занимают гидравлические системы [3]. Высокое отношение выходной мощности к весу дает гидравлическим системам ощутимое преимущество, когда требуется точное управление движением при ограничениях на размеры и вес. Гидравлические

системы, ставшие в последнее время изделиями высоких технологий (мехатронные приводы, модули движений и т. п.), привлекают к себе все большее внимание специалистов, занимающихся управлением технологическими процессами.

Исполнительным механизмом автоматического регулирующего устройства (регулятора), непосредственно воздействующим на объект регулирования, часто является жестко соединенный с регулирующим органом гидравлический сервомотор с жесткой отрицательной обратной связью (рис. 1).

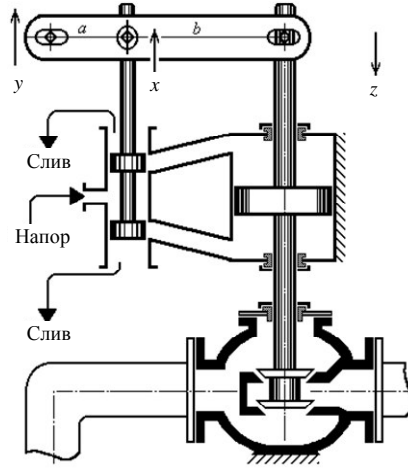


Рис. 1. Условная принципиальная схема исполнительного механизма с жесткой отрицательной обратной связью

Сухое трение в механизме сосредоточено, в основном, в уплотнениях штока цилиндра сервомотора и штока регулирующего органа. Известно, что автоматическая система, установленная на морском объекте (судно, корабль, плавучая буровая платформа и т. п.), в той или иной степени подвергается внешнему возмущающему воздействию (вибрация оборудования, качка и пр.). Часто такое постоянно действующее внешнее воздействие можно считать периодическим. Исследование динамического поведения таких систем имеет вполне определенный научный и практический интерес.

Цель нашего исследования – на примере автоматической системы локального уровня автоматизации морского технического оборудования продемонстрировать возможности точного анализа по качественному исследованию ее динамического поведения в условиях наличия в исполнительном механизме сухого трения при существовании внешнего периодического воздействия. Для успешного теоретического исследования в первую очередь необходима содержательная математическая модель, правильно отражающая суть изучаемого явления.

Математической моделью исполнительного механизма с учетом сухого трения может послужить описание, представленное в структурном виде на рис. 2.

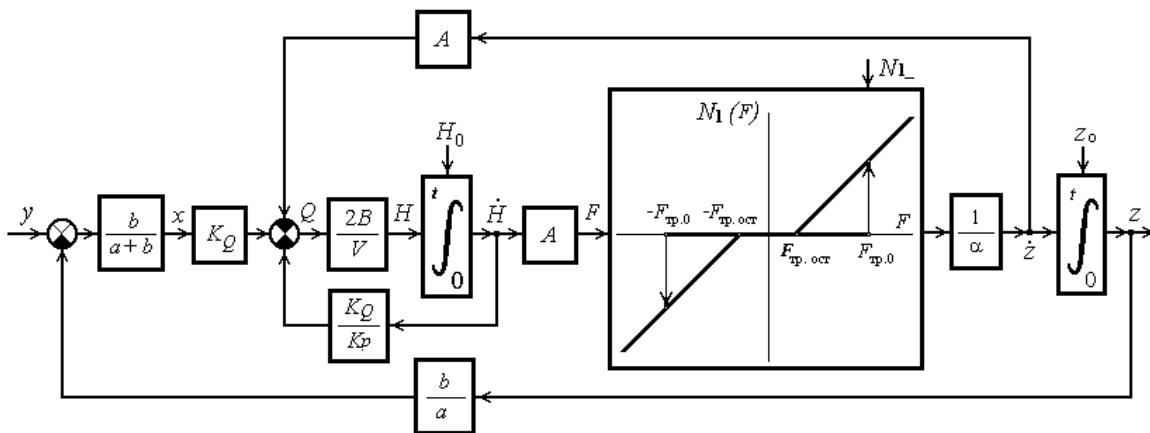


Рис. 2. Структурная математическая модель исполнительного механизма

В модели обозначены:

а) переменные: z , \dot{z} – перемещение и скорость перемещения подвижной части механизма z_0 ; y – управляющее воздействие на механизм; x – смещение золотника; H , \dot{H} – перепад давления и скорость изменения перепада давления на поршне сервомотора соответственно; F – сила, приложенная к штоку сервомотора;

б) коэффициенты (параметры): K_Q – коэффициент передачи по расходу; α – коэффициент вязкого трения; K_p – коэффициент передачи по давлению; A – площадь поршня; V – эффективный объем рабочей жидкости; B – объемный модуль упругости рабочей жидкости; a , b – длины плеч рычага;

в) параметры, характеризующие сухое трение в механизме: $F_{тр.0}$ – сила трения покоя; $F_{тр.ост}$ – сила трения при прекращении движения ($F_{тр.0} > F_{тр.ост}$).

Сухое трение сосредоточено, в основном, в уплотнительных устройствах сервомотора и регулирующего органа. Нелинейность $N1(F)$ относится к классу неоднозначных кусочно-линейных функций, обеспечивает учет сухого трения в механизме по некулоновской идеализации. Некулоновская идеализация учитывает в законе сухого трения такую его физически значимую особенность, как превышение сил трения покоя над силами трения движения.

Аналитическое описание нелинейности $N1(F)$ следующее [4]:

- 1) Если $|F| < F_{тр.мин}$, тогда $N1 = 0$;
- 2) Если $F_{тр.мин} \leq |F| < F_{тр.0}$ и $N1_- = 0$, тогда $N1 = 0$;
- 3) Если $|F| \geq F_{тр.0}$ и $N1_- = 0$, или если $|F| > F_{тр.мин}$ и $N1_- \neq 0$, тогда $N1 = F - F_{тр.мин} \text{sign}(F)$.

В описании (1), ввиду неоднозначности функции $N1(F)$, $N1_-$ характеризует «предысторию» функции (предыдущее значение функции на момент определения последующего значения) [4].

Примечание 1. Нелинейность $N1(F)$ применяется для учета сухого трения в случае возможности пренебрежения инерционными свойствами подвижной части механизма (безынерционный исполнительный механизм) [4, 5].

Динамика рассматриваемого исполнительного механизма связана с такими понятиями, как гидравлическая и механическая «постоянные времени», которые определяются соответственно выражениями

$$T_h = \frac{VK_p}{2BK_Q}; T_y = \frac{b(K_Q\alpha + K_pA^2)}{aK_pK_QA}. \quad (2)$$

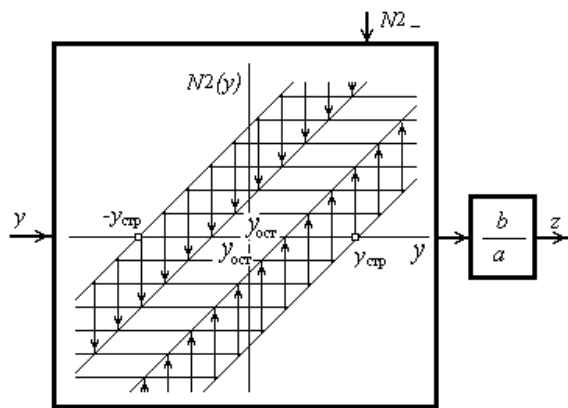
Примечание 2. Параметр T_h характеризует время установления заданного перепада давления на поршне сервомотора и зависит, в основном, от свойства сжимаемости рабочей жидкости. Сжимаемость жидкости характеризуется объемным модулем упругости B . Для большинства минеральных масел объемный модуль упругости при нормальных условиях находится в диапазоне $B = (1 - 2)10^5$ кН/м². Параметр T_y характеризует время установления заданного перемещения подвижной части механизма и зависит, в значительной степени, от вязкости рабочей жидкости, характеризуемой в модели параметром α .

Так, например, для значений параметров: $A = 314$ см²; $K_p = 0,2$ кН/см²; $K_Q = 11,658$ см²/мс; $V = 2200$ см³; $B = 125$ кН/см²; $M = 100$ кН·мс²/см; $\alpha = 1000$ кН·мс/см; $a = 0,5$ см; $b = 3,5$ см, «постоянные времени», определяемые по (2), будут иметь значения: $T_h \approx 0,15 \cdot 10^{-3}$ с, $T_y \approx 6 \cdot 10^{-3}$ с.

Для большинства судовых энергетических объектов (таких как пароводяной коллектор судового котла, главный конденсатор, деаэратор и т. п.) «постоянные времени» регулирования их параметров составляют от нескольких секунд до десятков секунд. Отсюда можно заключить, что исполнительный механизм с полученными значениями «постоянных времени» является, по отношению к объекту регулирования, «мгновенно действующим».

Примечание 3. Термин «мгновенно действующий сервомотор» впервые был применен А. Стодолой при решении задач регулирования гидравлических турбин [6].

Пренебрегая «постоянными времени» в исполнительном механизме и сохраняя учет сухого трения, получим его математическую модель в виде следующего описания (рис. 3) [4]:



Аналитическое описание нелинейности $N2(y)$:

- 1) Если $|N2 - y| < y_{ост}$, тогда $N2 = N2_-$;
- 2) если $y_{ост} \leq |N2 - y| < y_{ср}$ и $N2 = N2_-$,
тогда $N2 = N2_-$;
- 3) если $|N2 - y| \geq y_{ост}$ и $N2 \neq N2_-$,
или $|N2 - y| \geq y_{ср}$,
тогда $N2 = y + y_{ост} \cdot \text{sign}(N2_- - y)$.

Рис. 3. Структурная математическая модель мгновенно действующего исполнительного механизма

Нелинейная функция $N2(y)$ относится к классу бесконечнозначных кусочно-линейных функций [7]. В данной модели параметры $y_{ср} = \frac{(a+b)F_{тр.0}}{bK_p A}$, $y_{ост} = \frac{(a+b)F_{тр.ост}}{bK_p A}$ характеризуют, в приведенном к входному значению переменной y , силу трения покоя ($F_{тр.0}$) и силу трения при прекращении движения ($F_{тр.ост}$) соответственно.

Примечание 4. Существуют и другие нелинейности, определяющие учет сухого трения, например, при наличии в характеристике трения участка «отрицательного трения» [1].

Рассмотрим структурную модель типовой системы автоматического регулирования локального уровня (рис. 4).



Рис. 4. Структурная математическая модель системы автоматического регулирования локального уровня

В модели обозначены: $\eta, \dot{\eta}$ – регулируемая физическая величина и скорость ее изменения соответственно (например, давление в барабане котла, уровень питательной воды в деаэраторе, температура пара и т. д.); T_a – положительный параметр, характеризующий инерционные свой-

ства объекта регулирования; θ – параметр, характеризующий свойство «саморегулируемости» объекта (при $\theta > 0$ объект устойчив, при $\theta < 0$ объект неустойчив); K_u – положительный коэффициент, характеризующий чувствительность измерительного устройства (например, измерителя вязкости топлива, давления пара и т. д.); $\psi(t)$ – внешнее возмущающее воздействие гармонического типа (например, качка).

По структурной схеме (рис. 4) на вход объекта регулирования параллельно с регулирующим воздействием z в виде помехи поступает внешнее возмущающее воздействие $\psi(t)$. При этом параметрами внешнего воздействия являются: ψ'_m – амплитуда, ω – частота, φ – фаза.

«Постоянная времени» объекта регулирования (при $\theta > 0$) определяется как $T_{o,p} = T_a/\theta$ – характеризует время установления требуемого значения регулируемой величины после введения регулирующего воздействия (для рассматриваемой модели предполагается, что $T_{o,p} \gg T_h$, $T_{o,p} \gg T_y$, а также $2\pi/\omega \gg T_h$, $2\pi/\omega \gg T_y$).

Обозначив в модели $\lambda = -\frac{\theta}{T_a}$, $b_m c_m = -\frac{bK_u}{aT_a}$, $\psi_m = \frac{a\psi'_m}{b}$, получим описание модели в следующем аналитическом виде:

$$\dot{y} = \lambda y + b_m c_m [N2(y) + \psi_m \sin(\omega t + \varphi)]. \quad (4)$$

В автономном режиме (при $\psi_m = 0$) модель (4) исследовалась в работе [8]. Результаты исследования были представлены в виде структуры «разбиения» пространства параметров модели на области качественно различного динамического поведения. Так, например, при выполнении условий

$$\lambda < 0; \lambda(y_{стр} + y_{ост}) < b_m c_m (y_{стр} - y_{ост}) < \lambda(y_{ост} - y_{стр}) \quad (5)$$

модель является устойчивой «в целом» (устойчивой при любых начальных отклонениях). При невыполнении условий (5), например, при $\lambda < 0$ и $(y_{стр} - y_{ост})b_m c_m < \lambda(y_{стр} + y_{ост})$, в модели для определенных значений начальных отклонений ее переменных состояния возникают автоколебания (рис. 5).

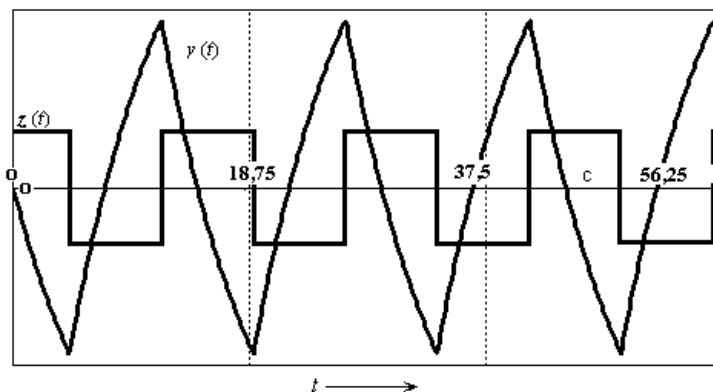


Рис. 5. Автоколебания в модели

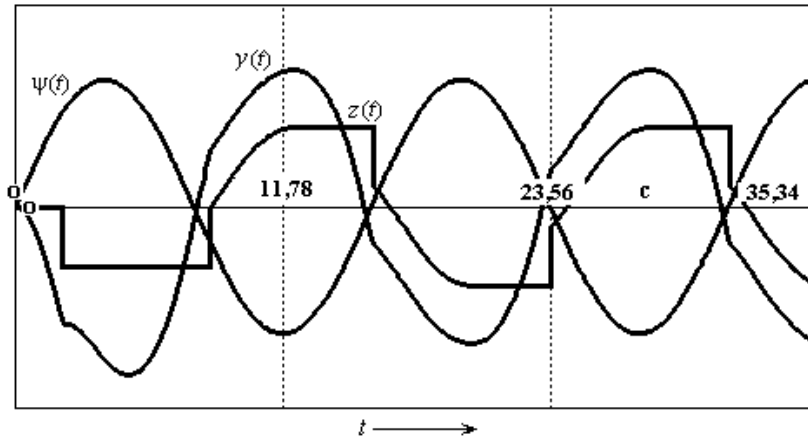
при $\lambda = -0,125 \text{ c}^{-1}$; $b_m c_m = -0,875 \text{ c}^{-1}$; $y_{стр} = 1,0$; $y_{ост} = 0,5$ и $\psi_m = 0,0$

Примечание 5. Термин «Автоколебания» применительно к техническим системам был введен академиком А. А. Андроновым [6]. Автоколебаниям в пространстве состояний модели соответствуют устойчивые предельные циклы Пуанкаре. В основном термин применялся для устойчивых периодических движений, возникающих в автономных динамических системах, возмущениями для которых являлись ненулевые начальные отклонения переменных состояния.

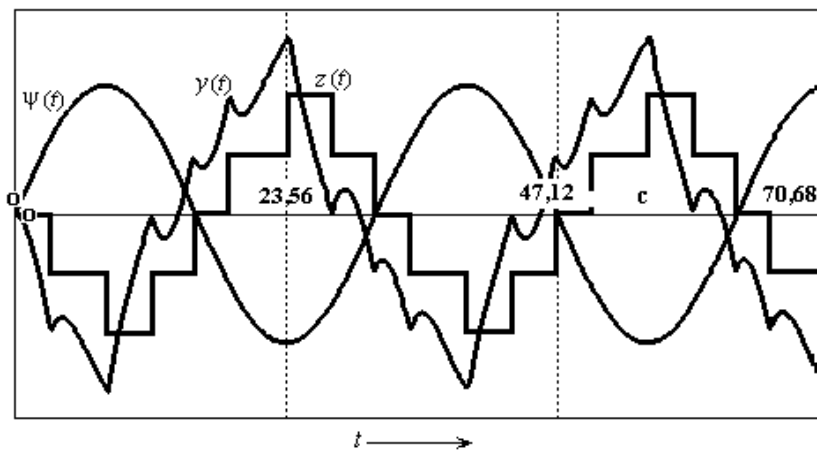
Безусловно, проектировать механизм необходимо с параметрами, удовлетворяющими условиям устойчивости (5).

Результаты исследований

В неавтономном случае (при наличии внешнего гармонического воздействия) модель (1) исследовалась в работах [9, 10]. В ходе вычислительного эксперимента было установлено, что при выполнении условий (5) и определенных значениях параметров внешнего периодического воздействия в модели возникали качественно различные, устойчивые периодические движения (рис. 6).



a



б

Рис. 6. Автоколебательное движение в модели при $\lambda = -0,5 \text{ с}^{-1}$; $b_m c_m = -1,5 \text{ с}^{-1}$; $y_{\text{ср}} = 1,0$; $y_{\text{огт}} = 0,5$
и $\psi_m = 1,1$; $\omega = 0,4 \text{ рад/с}$ (а); $\lambda = -0,5 \text{ с}^{-1}$; $b_m c_m = -1,5 \text{ с}^{-1}$; $y_{\text{ср}} = 1,0$; $y_{\text{огт}} = 0,5$
и $\psi_m = 1,1$; $\omega = 0,2 \text{ рад/с}$ (б)

Примечание 6. Наблюдаемые движения качественно устойчивы по отношению к малым вариациям параметров системы (3), (4), учитывая и параметры внешнего воздействия, что позволяет отнести их к автоколебаниям. В отличие от автоколебаний в автономных динамических системах, которые поддерживаются собственно самой системой, рассматриваемые автоколебания поддерживаются внешним воздействием. Пространством состояний такой модели является многолистная двусторонняя фазовая плоскость [9, 10].

Полученным движениям (рис. 6) в расширенном (y, \dot{y}) пространстве состояний соответствуют предельные циклы (рис. 7).

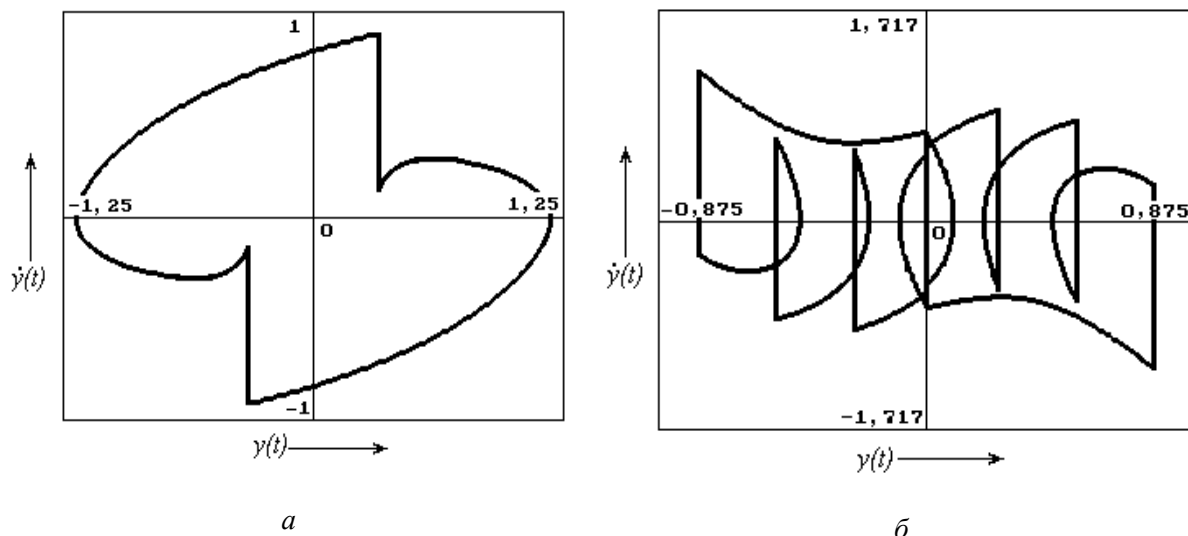


Рис. 7. Предельный цикл при $\psi_m = 1,1$, $\omega = 0,4$ рад/с (а); при $\psi_m = 1,1$, $\omega = 0,2$ рад/с (б)

Данные предельные циклы можно отобразить также, например, в координатах y , $N2$ (рис. 8).

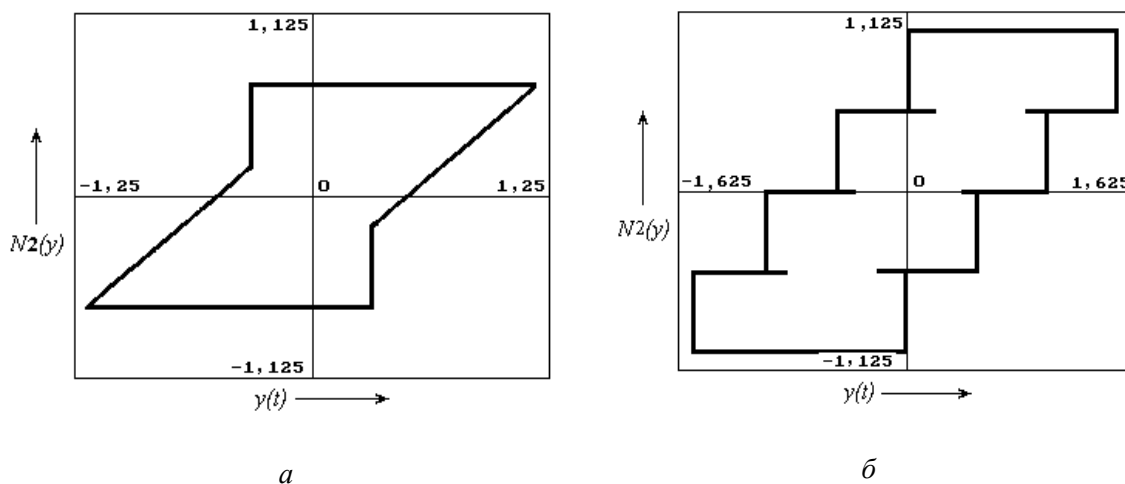


Рис. 8. Предельный цикл при $\psi_m = 1,1$; $\omega = 0,4$ рад/с (а); при $\psi_m = 1,1$, $\omega = 0,2$ рад/с (б)

Неизбежные в условиях внешнего периодического воздействия вынужденные автоколебания в моделях на рис. 6–8, а являются более «щадящими» по сравнению с автоколебаниями, представленными на рис. 6–8, б. В первом случае механизм за период совершает только две остановки, во втором – девять, такой режим перемещения механизма приведет к его преждевременному износу и в конечном итоге к быстрому выходу из строя.

Необходимо было определить граничные (бифуркационные) значения параметров модели, при которых происходит смена типа движения. На основе точного аналитического метода (метода точечных отображений) было получено следующее уравнение граничной поверхности [9, 10], разделяющей пространство параметров системы на области, где существуют движения первого типа (рис. 6–8, а) и движения второго типа (рис. 6–8, б):

$$\lambda(y_{стр} + y_{ост}) - b_m c_m (y_{ост} - y_{стр}) = \psi_m b_m c_m [1 - \cos(\omega\tau)], \tag{6}$$

где параметр τ определяется из трансцендентного уравнения

$$\frac{(y_{\text{ост}} + \Psi_m)[\lambda(1 - e^{-\lambda\tau}) + b_m c_m]}{\lambda + b_m c_m} = \frac{y_{\text{ост}}(\lambda + b_m c_m) + y_{\text{стр}}\lambda + b_m c_m e^{-\lambda\tau}}{\lambda b_m c_m} +$$

$$+ \frac{\Psi_m}{\sqrt{\omega^2 + \lambda^2}} \left\{ \cos \left[\omega t - \arctg \left(\frac{\lambda}{\omega} \right) \right] - e^{-\lambda\tau} \cdot \cos \left[\arctg \left(\frac{\lambda}{\omega} \right) \right] \right\}. \quad (7)$$

Фрагмент структуры разбиения представлен на рис. 9.

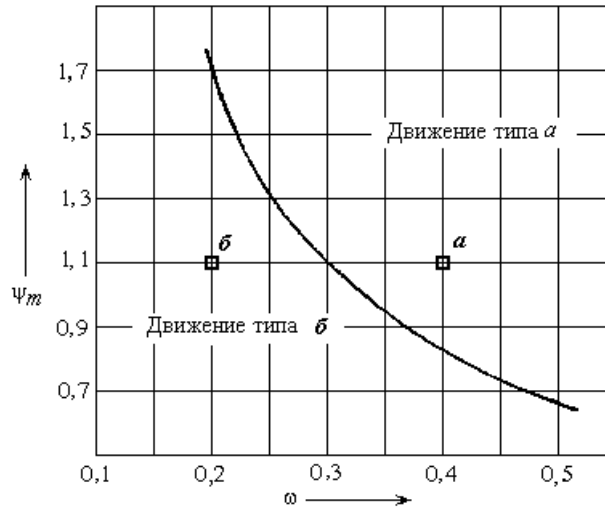


Рис. 9. Фрагмент структуры разбиения пространства параметров Ψ_m , ω внешнего воздействия системы (3), (4), на качественно различные динамические режимы ее поведения при $\lambda = -0,5 \text{ с}^{-1}$; $b_m c_m = -1,5 \text{ с}^{-1}$; $y_{\text{стр}} = 1,0$; $y_{\text{ост}} = 0,5$

«Разбиение» пространства параметров произведено по аналитическим выражениям (6), (7). Сами аналитические выражения (6), (7) получены в результате применения к рассматриваемой модели (3), (4) точного метода – метода точечных отображений, выражение (7) для нахождения отрезка времени τ получено из формулы Коши для решения уравнений движения системы (3), (4) [9, 10].

Заключение

Таким образом, результаты исследований в виде «разбиения» пространства параметров динамической модели технического устройства (в рассматриваемом случае – системы автоматического регулирования локального уровня) позволяют понять и оценить влияние каждого параметра на динамическое поведение системы, легко рассчитать значения параметров, при которых возникнет тот или иной динамический режим.

Результаты исследования позволяют сформировать новые требования по учету сухого трения в управляющих элементах автоматических систем, находящихся под внешним периодическим воздействием, упростить настройку и эксплуатацию систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крагельский Н. В. Развитие науки о трении (сухое трение) / Н. В. Крагельский, В. С. Щедров. М.: АН СССР, 1956. 234 с.
2. Чихос Х. Системный анализ в трибонике / Х. Чихос. М.: «Мир», 1982. 251 с.
3. Льюис Э. Гидравлические системы управления / Э. Льюис, Х. Стерн. М.: «Мир», 1966. 407 с.
4. Шамберов В. Н. Влияние сухого трения на устойчивость работы машин / В. Н. Шамберов // Проблемы машиноведения: точность, трение и износ, надежность, перспективные технологии. СПб.: Наука, 2005. 740 с.
5. Шамберов В. Н. Влияние некулоновского сухого трения на устойчивость автоматических систем / В. Н. Шамберов // Доклады Академии наук. 2005. Т. 401. № 2. С. 193–195.
6. Андронов А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. М.: Наука, 1981. 568 с.
7. Нелепин Р. А. Методы теории нелинейных колебаний и их применение для исследования систем управления: учеб. пособие / Р. А. Нелепин. СПб.: Изд-во Санкт-Петербург. ун-та, 2002. 92 с.

8. Шамберов В. Н. Влияние сухого трения на возникновение автоколебаний в машинах (аналитическое исследование) / В. Н. Шамберов // Акустические проблемы большого города. Конверсионные вопросы: труды ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова. СПб.: ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова, 2003. Вып. 15 (299). С. 125–132.

9. Аунг Пьюэ Вин. Вынужденные колебания в системе с сухим трением, находящейся под внешним гармоническим воздействием / Аунг Пьюэ Вин, В. Н. Шамберов // Сб. тр. VII Междунар. конф. «ПМТУКТ-2014» (Воронеж, 14–21 сентября 2014 г.). Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2014. С. 17–20.

10. Аунг Пьюэ Вин. Вынужденные колебания в системе с сухим трением, находящейся под внешним гармоническим воздействием / Аунг Пьюэ Вин, В. Н. Шамберов // Системы управления и информационные технологии. 2014. №4 (58). С. 4–6.

Статья поступила в редакцию 10.03.2016

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Аунг Пьюэ Вин – Россия, 190008, Санкт-Петербург; Санкт-Петербургский государственный морской технический университет; аспирант кафедры «Судовая автоматика и измерения»; Saharaprince9@gmail.com.



Aung Phyoe Win

OSCILLATIONS IN A NON-AUTONOMOUS AUTOMATIC SYSTEMS WITH DRY FRICTION UNDER HARMONIC EXTERNAL ACTION

Abstract. Dynamical systems with dry friction (mathematical models of control systems, tracking of dry friction in which is imperative) are the systems, causing some difficulties in the study. The known approximations of the law of dry friction lead to the use of the complex, ambiguous, essentially nonlinear dependences (nonlinearities) in the dynamic systems. The phase space of such systems (the state space) has an extremely complex structure. Approximate analytic methods for studying such systems do not provide the required level of confidence. From accurate analytical methods the most suitable for the study of such systems is the method of point mappings developed by the school of Academician A. A. Andronov for nonlinear tasks of this class. However, in most cases, the method was used for the study of the dynamical systems with dry friction, not under external influence (of the autonomous systems). For non-autonomous dynamic system with dry friction (with a harmonic external action) the method of point mappings was used. Dry friction in the system was modeled using a non-Coulomb idealization, which allows to take into account (as opposed to the idealization of Coulomb) such physically significant feature of the dry friction, as the excess of the friction forces of static over the friction forces of motion. During the computational experiments on the model under consideration the steady forced periodic motions, with significant differences between them were observed. Based on the rigorous analysis – the method of point mappings using the Cauchy formula for finding solutions of linear segments of nonlinearity – an equation of the boundary surface in the space of the parameters of the system, which separates the areas of existence of qualitatively different types of movements.

Key words: dry friction, mathematical model, non-Coulomb idealization, local automatic level control system, self-oscillations, limit cycle, phase plane, parameter space.

REFERENCES

1. Kragel'skii N. V., Shchedrov V. S. *Razvitie nauki o trenii (sukhoie trenie)* [Development of the friction science (dry friction)]. Moscow, AN SSSR Publ., 1956. 234 p.
2. Chikhos Kh. *Sistemnyi analiz v tribonike* [System analysis in tribology]. Moscow, «Mir» Publ., 1982. 251 p.
3. L'uis E., Stern Kh. *Gidravlicheskie sistemy upravleniia* [Hydraulic systems of control]. Moscow, «Mir» Publ., 1966. 407 p.

4. Shamberov V. N. *Vliianie sukhogo treniia na ustoichivost' raboty mashin* [Influence of dry friction on the stability of machine operations]. *Problemy mashinovedeniia: tochnost', trenie i iznos, nadezhnost', perspektivnye tekhnologii*. Saint-Petersburg, Nauka Publ., 2005, 740 p.
5. Shamberov V. N. *Vliianie nekulonovskogo sukhogo treniia na ustoichivost' avtomaticheskikh sistem* [Influence of non-Coulomb dry friction on the stability of the automated systems]. *Doklady Akademii nauk*, 2005, vol. 401, no. 2, pp. 193–195.
6. Andronov A. A., Vitt A. A., Khaikin S. E. *Teoriia kolebanii* [Theory of oscillations]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 568 p.
7. Nelepin R. A. *Metody teorii nelineinykh kolebanii i ikh primeneniie dlia issledovaniia sistem upravleniia: uchebnoe posobie* [Methods of the theory of non-linear oscillations and their application for study-ing the systems of control: textbook]. Saint-Petersburg, Izd-vo Sankt-Peterburgskogo universiteta, 2002. 92 p.
8. Shamberov V. N. *Vliianie sukhogo treniia na vozniknovenie avtokolebanii v mashinakh (analiticheskoe issledovanie)* [Influence of dry friction on the self-oscillations in the machines (analytical study)]. *Akusticheskie problemy bol'shogo goroda. Konversionnye voprosy: trudy TsNII im. akad. A. N. Krylova*. Saint-Petersburg, TsNII im. akad. A. N. Krylova, 2003, iss. 15 (299), pp. 125–132.
9. Aung P'ioe Vin, Shamberov V. N. *Vynuzhdennye kolebaniiia v sisteme s sukhim treniem, nakhodiashcheisia pod vneshnim garmonicheskim vozdeistviem* [Forced oscillations in the system with dry friction under external harmonic influence]. *Sbornik trudov VII Mezhdunarodnoi konferentsii «PMTUKT-2014» (Voronezh, 14–21 sentiabria 2014 g.)*. Voronezh, Izd-vo «Nauchnaia kniga», 2014. Pp. 17–20.
10. Aung P'ioe Vin, Shamberov V. N. *Vynuzhdennye kolebaniiia v sisteme s sukhim treniem, nakhodiashcheisia pod vneshnim garmonicheskim vozdeistviem* [Forced oscillations in the system with dry friction under external harmonic influence]. *Sistemy upravleniia i informatsionnye tekhnologii*, 2014, no. 4 (58), pp. 4–6.

The article submitted to the editors 10.03.2016

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Aung Phyo Win – Russia, 190008, Saint-Petersburg; Saint-Petersburg State Marine Technical University; Postgraduate Student of the Department "Ship Automation and Measurements"; Saharaprince9@gmail.com.

