

МОРСКАЯ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ

УДК 621.12.037.5+621.001(075.8)

В. В. Комаров

ОСРЕДНЕННАЯ ЖЕСТКОСТЬ КОЛЕНЧАТЫХ ВАЛОВ НА ДЛИНЕ ПРОЛЕТОВ С КРИВОШИПАМИ

С позиций центровки судовой валопровод и коленчатый вал главного двигателя рассматриваются как единая стержневая система, на фланцах между которыми действуют изгибающий момент и перерезывающая сила. Особенностью стержневой системы является наличие на ветви коленчатого вала пролетов с кривошипами, представляющими собой рамные конструкции.

Неотъемлемой частью технологических процессов центровки валопроводов и главных двигателей является аналитическое обоснование (согласно ОСТ 5.4368-81, ОСТ15.335-85) параметров изгиба валов (изгибающие моменты, опорные реакции, изломы и смещения между валами и др.). При выполнении расчетов возникает необходимость включать в расчетные схемы пролеты с рамными конструкциями и использовать в расчетных методиках показатели их изгибной способности (в виде зависимости $1/EI_{кр}$, где E – модуль упругости материала валов; $I_{кр}$ – средний момент инерции сечений рамы в пролете).

Технологическая гибкость валов на длине многоступенчатых прямолинейных пролетов валопровода характеризуется некоторым осредненным значением момента инерции сечений на всех ступенях. Однако применительно к пролетам с рамными конструкциями указанное осреднение известными способами (по ОСТ 5.4368-81, ОСТ 15.335-85) приводит к значительным погрешностям. В этой связи одним из возможных подходов к более объективному решению рассматриваемой задачи может служить использование энергетического принципа равновесия для стержневых систем в форме выполняемых работ U_p и $U_{пр}$ для рамного и прямолинейного пролетов соответственно внешними или внутренними нагрузками.

Идея решения задачи заключается в установлении зависимости для $I_{кр}$ в условиях равенства работ U_p и $U_{пр}$, совершаемых одинаковыми нагрузками над двумя видами балок. Одна из них представляет собой вырезанный из коленчатого вала кривошип, т. е. двухопорную балку рамной конструкции. Влияние отрезанных (слева и справа) частей коленчатого вала должно компенсироваться перерезывающими силами Q_i и изгибающими моментами M_i на концах пролета. Другая балка будет отличаться от первой отсутствием рамы и заменой ее на прямолинейный участок. Как показывает анализ, в этом случае представляется возможным получить взаимозависимость работ U_p и $U_{пр}$, свободную от параметров действующих нагрузок и осредненного момента инерции для рамы в целом. В указанной взаимозависимости жесткость рамы присутствует в виде жесткостей ее отдельных участков (звеньев), а показатель $EI_{кр}$ для сравниваемой прямолинейной балки является эквивалентным показателем жесткости для всего рамного пролета.

На рис. 1 показана схема нагружения коленчатого вала перерезывающей силой $Q_{ц}$ и изгибающим моментом $M_{ц}$, возникающими в связи с центровкой. Положение линий на схеме (рис. 1, б) обозначающих шейки и щеки в пролете, принято совмещенным с нейтральными осями соответствующих частей кривошипа. Реакции r_i и изгибающие моменты m_i на опорах являются результатом влияния $Q_{ц}$ и $M_{ц}$ со стороны валопровода.

В соответствии с теорией для стержневых систем, при наличии только концевых нагрузок (каковыми являются $Q_{ц}$ и $M_{ц}$) линии эпюры изгибающих моментов (рис. 1, б) пересекают ось отсчета в строго определенных (фокусных) точках. Положение этих точек по длине пролетов не зависит ни от состава, ни от величины концевых нагрузок. Отношения опорных моментов носят наименование фокусных и подчиняются следующей зависимости [1]:

$$k_i = -m_i / m_{(i-1)} = (l_{кр} - c_i) / c_i, \quad (1)$$

где $l_{кр}$ и c_i – линейные размеры по схеме на рис. 1, в.

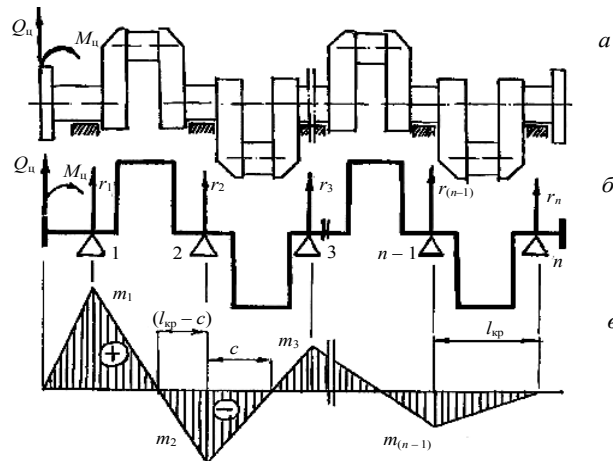


Рис. 1. Схема нагружения коленчатого вала: а – конструктивная схема; б – расчетная схема; в – эпюра изгибающих моментов

При одинаковых длинах всех кривошипных пролетов $l_{кр}$ и одинаковых жесткостных характеристиках вала в пролетах отношения $-m_i / m_{(i-1)}$ и $(l_{кр} - c_i) / c_i$ тоже будут одинаковыми для всех пролетов, т. е.

$$-m_i / m_{(i-1)} = \text{const} ; (l_{кр} - c_i) / c_i = \text{const} , \quad (2)$$

откуда следует, что $k_i = k = \text{const}$.

На произвольно выбранных $(i-1)$ -й и i -й опорах коленчатого вала изгибающие моменты, таким образом, будут равны:

$$m_i = -k \cdot m_{(i-1)} ; m_{(i-1)} = -m_i / k . \quad (3)$$

Фокусные отношения для балок с нагрузками на одном из своих концов могут определяться по рекуррентной формуле [1]:

$$k_{(i+1)} = \left[2 + \frac{l'_i}{l'_{(i+1)}} \left(2 - \frac{1}{k_i} \right) \right] , \quad (4)$$

где l'_i и $l'_{(i-1)}$ – приведенные пролеты балки.

В случае равных по длине пролетов ($l_1 = l_2 = \dots = l_n$) и показателей жесткости ($EI_1 = EI_2 = \dots = EI_n$) выражение (4) принимает вид

$$k_{(i+1)} = \left[2 + \left(2 - \frac{1}{k_i} \right) \right] . \quad (5)$$

Для последнего, n -го пролета балки, изгибающий момент на n -й опоре равен $M_n = 0$, а фокусное отношение $k_n = \infty$ [1]. Для предпоследнего пролета оно будет по (5) равно $k_{(n-1)} = 4$, а для всех последующих пролетов $-k_{(n-2)} = k_{(n-3)} = \dots = k_i = 3,73$.

С учетом изложенного для решения задачи выбран один из пролетов коленчатого вала (рис. 2). Действие отброшенных частей коленчатого вала и нагрузок Q_i и M_i в связи с центровкой заменено действием на опорах пролета нагрузками:

$$R_{pi} = f_1(r_i, m_i, Q_i, M_i) \text{ и } M_{pi} = f_2(r_i, m_i, Q_i, M_i) , \\ R_{p(i-1)} = f_3(r_i, m_i, Q_i, M_i) \text{ и } M_{p(i-1)} = f_4(r_i, m_i, Q_i, M_i) .$$

Положение кривошипа в пролете принято таким, как показано на рис. 2, а его гибкость в форме $l/EI_{кр}$ (или жесткость в форме $EI_{кр}$) считается постоянной, не зависящей от угла поворота вала.

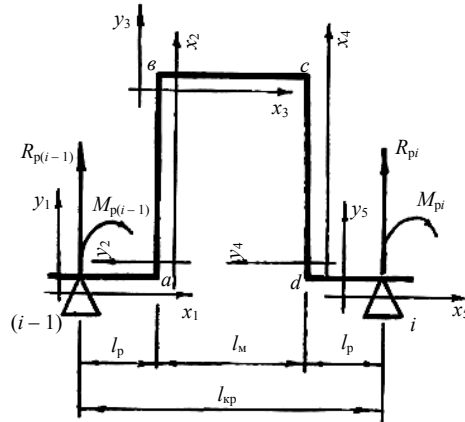


Рис. 2. Нагружение кривошипа коленчатого вала

Аналитическая связь реакции от $M_{p(i-1)}$ и M_{pi} на опорах вырезанного кривошипа определяется следующими выражениями:

$$R_{p(i-1)} = -\frac{1}{l_{кр}} [M_{p(i-1)} - M_{pi}]; \quad R_{pi} = \frac{1}{l_{кр}} [M_{p(i-1)} - M_{pi}]. \quad (6)$$

Для дальнейшего рассмотрения параметров состояния рамная конструкция пролета условно разделена на отдельные участки (звенья) (рис. 2) – $[(i-1) - a]$; $(a-b)$; $(b-c)$; $(c-d)$ и $(d-i)$.

Каждый из участков считается размещенным в своей системе координат $y-x^1$. Их начало совпадает с узловыми точками $(i-1)$, a , b , c и d , а направление осей $o-x$ и $o-y$ совпадает со звеньями кривошипа (рис. 2).

Изгибающие моменты и перерезывающие силы на отдельных участках (звеньях) кривошипа составляют величины:

– на участке $(i-a)$:

$$M_{p1x} = \frac{M_{p(i-1)}}{l_{кр}} (l_{кр} - x) - \frac{M_{pi}}{l_{кр}} x; \quad Q_{p1x} = -\frac{1}{l_{кр}} (M_{p(i-1)} + M_{pi});$$

– на участке $(a-b)$:

$$M_{p2x} = \frac{M_{p(i-1)}}{l_{кр}} (l_{кр} - x) - \frac{M_{pi}}{l_{кр}} x; \quad Q_{p2x} = -\frac{1}{l_{кр}} (M_{p(i-1)} + M_{pi}); \quad (7)$$

– на участке $(b-c)$:

$$M_{p3x} = \frac{M_{p(i-1)}}{l_{кр}} (l_{кр} - l_p - x) - \frac{M_{pi}}{l_{кр}} (l_p + x); \quad Q_{p3x} = -\frac{1}{l_{кр}} (M_{p(i-1)} + M_{pi});$$

– на участке $(c-d)$:

$$M_{p4x} = \frac{M_{p(i-1)}}{l_{кр}} (l_{кр} - l_p - l_m) - \frac{M_{pi}}{l_{кр}} (l_p + l_m); \quad Q_{p4x} = -\frac{1}{l_{кр}} (M_{p(i-1)} + M_{pi});$$

– на участке $(d-i)$:

$$M_{p5x} = \frac{M_{p(i-1)}}{l_{кр}} (l_{кр} - l_p - l_m - x) - \frac{M_{pi}}{l_{кр}} (l_p + l_m + x); \quad Q_{p5x} = -\frac{1}{l_{кр}} (M_{p(i-1)} + M_{pi}).$$

¹ В целях наглядности системы координат на рис. 2 показаны несколько смещенными.

Работа внешних нагрузок $M_{p(i-1)}$, M_{pi} , совершаемая при деформации отдельных частей (звеньев) пролета рамной конструкции, численно равна потенциальной энергии от сил внутренних и может быть вычислена по следующим формулам [1]:

- при воздействии на каждом из участков изгибающих нагрузок

$$U_{изи} = \frac{1}{2EI_i} \int_0^{l_i} M_{pix}^2 \cdot dx;$$

- при воздействии сжимающих или растягивающих нагрузок

$$U_{сжи} = \frac{Q_{pix}^2 \cdot l_i}{2E \cdot F},$$

где E – модуль упругости материала кривошипа; I_i – момент инерции поперечных сечений по участкам; l_i – длина участков с нагрузками M_{pix} , Q_{pix} ; F – площадь сечения участков со сжимающей нагрузкой.

Работа, совершаемая нагрузками M_{pix} , Q_{pix} в объеме всего кривошипа, равна:

$$U_p = \left[\sum U_{изи} + \sum U_{сжи} \right] = [U_{изи1} + U_{изи2} + U_{сжи2} + U_{изи3} + U_{изи4} + U_{сжи4} + U_{изи5}],$$

или

$$U_p = \frac{1}{EI_p} \int_0^{l_p} M_{p1x}^2 dx + \frac{1}{EI_{щ}} \int_0^r M_{p2x}^2 dx + \frac{Q_{p2x}^2 \cdot r}{2EF} + \frac{1}{2EI_m} \int_0^{l_x} M_{p3x}^2 dx +$$

$$+ \frac{1}{2EI_{щ}} \int_0^r M_{p4x}^2 dx + \frac{Q_{p4x}^2 \cdot r}{2EF} + \frac{1}{2EI_p} \int_0^{l_p} M_{p5x}^2 dx, \quad (8)$$

где r – радиус кривошипа.

Для большинства судовых двигателей диаметры рамовых и мотылевых шеек равны между собой, и поэтому $I_p = I_m$.

После подстановки значений M_{pix} , Q_{pix} по участкам согласно (7), интегрирования в пределах участков и соответствующих преобразований уравнение (8) принимает вид

$$U_p = \left[\frac{l_{кр}}{6EI_p} + \frac{r(l_{кр}^2 + l_m^2)}{4EI_{щ} \cdot l_{кр}^2} + \frac{2r}{2EF \cdot l_{кр}^2} \right] (M_{p(i-1)} + M_{pi})^2 -$$

$$- \frac{3M_{p(i-1)} \cdot M_{pi} \cdot l_{кр}}{6EI_p} - \frac{2r(l_{кр}^2 + l_m^2)}{4EI_{щ} \cdot l_{кр}^2} M_{p(i-1)} \cdot M_{pi}. \quad (9)$$

С учетом (3) и значения фокусного отношения $k = 3,73$ изгибающий момент на i -й опоре равен:

$$M_{pi} = -k \cdot M_{p(i-1)} = -3,73M_{p(i-1)},$$

а работа U_p по (9) будет преобразована к выражению

$$U_p = \frac{M_{p(i-1)}^2}{6E \cdot l_{кр}^2} \left[\frac{18,643l_{кр}^3}{I_p} + \frac{22,369 \cdot r(l_{кр}^2 + l_m^2)}{I_{щ}} + \frac{44,717 \cdot r}{F} \right]. \quad (10)$$

Применительно к прямолинейной балке (рис. 3) в тех же условиях нагружения, что и для пролета рамной конструкции, изгибающий момент в произвольном сечении с координатой x равен:

$$M_{пrx} = \frac{M_{пp(i-1)}}{l_{кр}} (l_{кр} - x) - \frac{M_{пpi}}{l_{кр}} x. \quad (11)$$

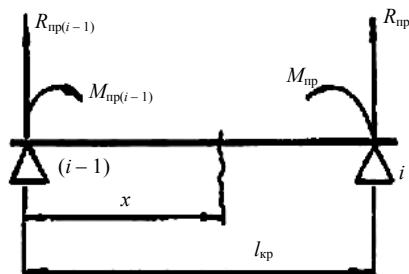


Рис. 3. Прямолинейный пролет балки

Работа, совершаемая внешними нагрузками, рассчитывается по формуле

$$U_{\text{пр}} = \frac{1}{2EI_{\text{кр}}} \int_0^{l_{\text{кр}}} M_{\text{пр}x}^2 \cdot dx.$$

При подстановке значения $M_{\text{пр}x}$ по (11), интегрирования по длине пролета и соответствующих преобразований формула $U_{\text{пр}}$ имеет вид

$$U_{\text{пр}} = \frac{l_{\text{кр}}}{6EI_{\text{кр}}} \left[(M_{\text{пр}(i-1)} + M_{\text{пр}})^2 - 3M_{\text{пр}(i-1)} \cdot M_{\text{пр}} \right].$$

Заменяя в ней $M_{\text{пр}i}$ на $M_{\text{пр}(i-1)}$ по формуле (3) и подставляя $k = 3,73$, получаем окончательно выражение для $U_{\text{пр}}$:

$$U_{\text{пр}} = \frac{18,643M_{\text{пр}(i-1)}^2 \cdot l_{\text{кр}}}{6EI_{\text{кр}}}. \quad (12)$$

Из условия $U_p = U_{\text{пр}}$, т. е.

$$\frac{M_{\text{пр}(i-1)}^2}{6E \cdot l_{\text{кр}}^2} \left[\frac{18,643l_{\text{кр}}^3}{I_{\text{кр}}} + \frac{22,369 \cdot r(I_{\text{кр}}^2 + l_{\text{м}}^2)}{I_{\text{щ}}} + \frac{44,717 \cdot r}{F} \right] = \frac{18,643M_{\text{пр}(i-1)}^2 \cdot l_{\text{кр}}}{6EI_{\text{кр}}},$$

и при $M_{\text{пр}(i-1)} = M_{\text{пр}(i-1)}$ осредненный момент инерции для рамной конструкции пролета становится равным:

$$I_{\text{кр}} = \frac{l_{\text{кр}}^3}{\left[\frac{l_{\text{кр}}^3}{I_p} + \frac{1,20 \cdot r(I_{\text{кр}}^2 + l_{\text{м}}^2)}{I_{\text{щ}}} + \frac{2,40 \cdot r}{F} \right]}. \quad (13)$$

Анализ формулы (13) показывает, что основное влияние на $I_{\text{кр}}$ оказывает радиус кривошипа и размеры его щек.

Пример. Определить средний момент инерции для кривошипного пролета коленчатого вала двигателя 8NVD48-2A-2U.

Согласно размерам кривошипа коленчатого вала на рис. П1 моменты инерции щек и щек равны: $I_p = 9,542 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$, $I_{\text{щ}} = 2,424 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$, а площадь сечения щеки $F = 0,035 \text{ м}^2$.

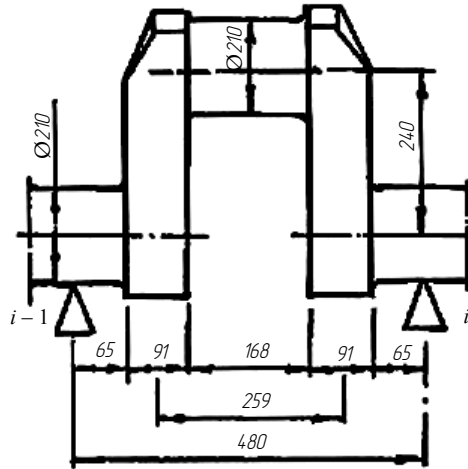


Рис. П1. Кривошип двигателя 8NVD48-2A-2U

При подстановке значений параметров в формулу (13) эквивалентный момент инерции оказался равным:

$$I_{кр} = \frac{0,48^3}{\left[\frac{0,48^3}{9,542 \cdot 10^{-5}} + \frac{1,20 \cdot 0,24(0,48^2 + 0,259^2)}{2,424 \cdot 10^{-5}} + \frac{2,40 \cdot 0,24}{0,035} \right]} = 2,348 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4,$$

что удовлетворительно согласуется с практическими параметрами изгиба валов, получаемыми при центровке валопроводов.

Расчет $I_{кр}$ по формуле из ОСТ 5.4368–81

$$I_{кр} = \frac{\sum I_i (l_i - l_{(i-1)})}{l_{кр}}$$

и по формуле из ОСТ 15.335–85

$$I_{кр} = 16 / \sum [M_i^3 (7 - 3M_i^2)^2 - M_{(i-1)}^3 (7 - 3M_{(i-1)}^2)^2] / I_i$$

при $M_i = l_i / l_{кр}$ для двух схем пролета (рис. П2, П3) приводит к результатам в таблице, свидетельствующим о значительном их отличии от значения, полученного по формуле (13).

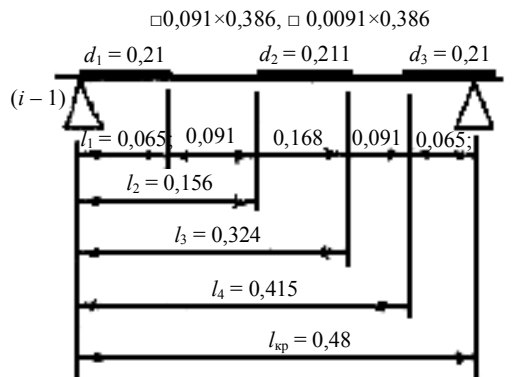


Рис. П2. Прямолинейный пролет кривошипа

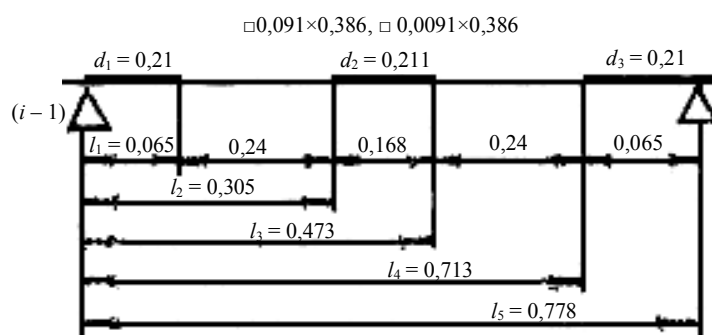


Рис. ПЗ. Прямолинейный (растянутый) пролет кривошипа

Средние моменты инерции для кривошипного пролета

Варианты расчетных схем	Значения моментов инерции $I_{кр}$ согласно стандартам	
	ОСТ 5.4368-81	ОСТ 15.335-85
На рис. П2	$6,843 \cdot 10^{-5}$	$4,429 \cdot 10^{-5}$
На рис. П3	$5,150 \cdot 10^{-5}$	$3,324 \cdot 10^{-5}$

Полученные результаты подтверждают необходимость осреднения жесткости кривошипа коленчатого вала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинович И. М. Основы строительной механики стержневых систем. – М.: Гос. изд-во лит. по строительству, архитектуре и строительным машинам, 1960. – 520 с.

Статья поступила в редакцию 24.01.2008

THE AVERAGED STIFFNESS OF CRANKSHAFTS
ON THE LENGTH OF SPANS WITH THROWS

V. V. Komarov

The problem of technological flexibility of crankshaft throw span is considered. The analysis of bending of frame construction spans and straightline spans under the same loading conditions is given. The analytical dependence for technological flexibility is shown in the form of the averaged moment of inertia of frame span. The comparative results of the calculation of the averaged moment of inertia by different methods are achieved.

Key words: crankshaft, throw, technological flexibility, average moment of inertia.