

*В. А. Мамонтов, О. Н. Синельщикова*

### СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОЭФФИЦИЕНТА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ МИКРОНЕРОВНОСТЕЙ РЕАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ

Многие детали машин в процессе работы испытывают действие напряжений, переменных во времени. Процесс постепенного накопления повреждений, вследствие влияния этих напряжений, приводит к изменению свойств, образованию трещин, а затем и разрушению детали. Такое явление получило название усталости металла.

Существенное влияние на сопротивление усталости оказывают многие факторы, в числе которых – шероховатость поверхности деталей. Установлено, что шероховатость поверхности практически не оказывает влияния на прочность деталей, нагружаемых статическими силами. Но при циклических нагрузках шероховатость поверхности значительно влияет на усталостную прочность стали и других металлов, снижая ее. Неровности, образующиеся на поверхности, являются концентраторами напряжений и играют роль очагов возникновения субмикроскопических нарушений сплошности металла поверхностного слоя, его разрушения, становясь первопричиной образования усталостных трещин. Концентрация напряжений, возникающая во впадинах микронеровностей, зависит от высоты, шага и радиуса закругления впадин. Известно, что чем меньше высота микронеровностей поверхности, тем выше усталостная прочность деталей.

Влияние шероховатости поверхности на сопротивление усталости обычно оценивается различными коэффициентами концентрации напряжений, связанными с геометрическими параметрами микронеровностей поверхности. Теоретический коэффициент концентрации напряжений  $\alpha_\sigma$  является характеристикой степени концентрации напряжений в металле. В общем случае этот коэффициент определяется как отношение максимального напряжения  $\sigma_{\max}$  в зоне концентрации к номинальному напряжению  $\sigma_n$  в том же месте:

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}.$$

Номинальные напряжения вычисляются по элементарным формулам сопротивления материалов без учета концентраций напряжений, в то время как нахождение максимального напряжения связано с решением уравнений теории упругости.

#### **Оценка коэффициента концентрации напряжений методом трех функций**

Влияние микронеровностей поверхности на усталостную прочность деталей машин предлагают учитывать при помощи теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha_\sigma$ , полученного решениями Г. Нейбера. В [1] рассмотрен ряд случаев надрезов (выточек) в пластинке и круглом стержне. Решение представлено в криволинейных (эллиптических) координатах. Для получения наиболее простого хода решения задачи рассматриваются выточки гиперболической формы, поскольку Г. Нейбер считает, что различные формы выточек оказывают малое влияние на коэффициент концентрации напряжения, и, следовательно, выбор для рассмотрения круговой или гиперболической выточек большой роли не играет.

При решении уравнений теории упругости используется метод трех функций, согласно которому компоненты перемещений и напряжений вычисляются через одну пространственную функцию напряжений, которая, в свою очередь, выражена тремя гармоническими составляющими. Для вывода формул коэффициентов концентрации напряжений рассматриваются две задачи: для глубокой и мелкой выточек.

Наибольший интерес представляет вывод формулы коэффициента концентрации напряжений для мелкой выточки, поскольку ее используют для учета влияния шероховатости поверхности на усталостную прочность. Для данного случая Г. Нейбер отмечает, что напряжение меняется только у самой выточки, оставаясь равномерным в остальной части ширины образца, а коэффициент концентрации напряжений зависит только от соотношения глубины выточки и радиуса ее закругления и не зависит от ширины образца.

Поскольку мелкая выточка характеризуется тем, что можно пренебречь отношением радиуса выточки к половине ширины образца, то для этого случая Г. Нейбер выбирает следующую систему координат (рис. 1):

$$x = u + \frac{u}{u^2 + v^2}; \quad y = v - \frac{v}{u^2 + v^2}.$$

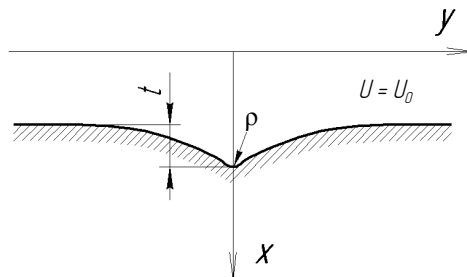


Рис. 1. Мелкая внешняя выточка при растяжении

В случае, когда внешние углы будут острыми, коэффициент концентрации напряжений  $\alpha_{fk}$  при растяжении и изгибе приближенно будет равен:

$$\alpha_{fk} = 1 + 2\sqrt{\frac{t}{\rho}},$$

где  $t$  – глубина выточки;  $\rho$  – радиус ее закругления.

В случае большого ряда мелких выточек глубина  $t$  заменяется приведенной глубиной  $t_{np}$ :

$$t_{np} = \gamma \cdot t,$$

где  $\gamma$  – коэффициент, зависящий от отношения шага надреза к его высоте.

Тогда коэффициент концентрации напряжений определяется формулой

$$\alpha_{fk} = 1 + 2\sqrt{\gamma \frac{t}{\rho}}. \tag{1}$$

Теория Г. Нейбера нашла широкое применение в расчетах. Кроме ее использования для расчета теоретического коэффициента концентрации напряжений от шероховатой поверхности, многие авторы в своих работах сопоставляют свои результаты вывода формул с зависимостью (1), показывая степень их совпадения.

### Оценка коэффициента концентрации напряжений при помощи теории случайных величин

В [2] предлагается ряд подходов к определению теоретического коэффициента концентрации напряжений от шероховатости поверхности. При выводе формул распределение напряжений вблизи обработанной поверхности изучается методами теории упругости с привлечением аппарата теории случайных величин.

1. Коэффициент концентрации напряжений на синусоидальной границе полуплоскости

В рассмотренной задаче теории упругости шероховатая граница полуплоскости  $H$  представлена системой периодически повторяющихся выступов и впадин и определяется следующей зависимостью:

$$H = A \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot y,$$

где  $A$  – высота выступов;  $T$  – шаг.

После вычисления максимального напряжения при известном профиле границы теоретический коэффициент концентрации напряжений  $\alpha$  определяется по формуле

$$\alpha = 1 + 4\pi \cdot \frac{A}{T}. \quad (2)$$

Формулу (2) сравнивают с решениями Г. Нейбера, которые представлены в виде

$$\alpha_n = 1 + 2\sqrt{\gamma \frac{2A}{\rho}}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – функция отношения  $\frac{T}{2A}$ ;  $\rho$  – радиус кривизны границы во впадине, значение которого для границы полуплоскости  $H$  определяется формулой

$$\frac{1}{\rho} = \max_y \left| \frac{d^2 H}{dy^2} \right| = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot A.$$

После подстановки значения  $\rho$  в формулу (3) теоретический коэффициент концентрации  $\alpha_n$  по Г. Нейберу принимает вид

$$\alpha_n = 1 + 4\pi \cdot \sqrt{2\gamma} \cdot \frac{A}{T}. \quad (4)$$

Сравнение зависимостей (2) и (4) показывает, что обе они дают близкие значения теоретического коэффициента концентрации напряжений.

## 2. Условный коэффициент концентрации напряжений

При выводе следующих формул для определения концентрации напряжений авторы [2] полагают, что профиль границы полуплоскости является случайным. Стационарная случайная функция  $H(y)$  аргумента  $y$  с нулевым значением математического ожидания задается спектральным представлением. Условный коэффициент концентрации напряжений определяется следующим выражением:

$$\alpha_y = 1 + 4\pi n R_q, \quad (5)$$

где  $n$  – среднее число пересечений контуром шероховатости нулевого уровня;  $R_q$  – среднее квадратичное отклонение высоты шероховатости.

Условный коэффициент концентрации напряжений, представленный формулой (5), определяется для границы полуплоскости  $H(10)$ . Профиль  $H$  рассматривается как реализация некоторого случайного процесса, вследствие чего определяются вероятностные характеристики  $n$  и  $R_q$  усреднением по одной реализации:

$$n = \frac{2}{T}, \quad R_q^2 = \frac{A^2}{2}. \quad (6)$$

После подстановки (6) в уравнение (5) получена следующая зависимость:

$$\alpha_y = 1 + 4\pi\sqrt{2} \frac{A}{T}. \quad (7)$$

При сравнении зависимости (7) (рис. 2, кривая 3) с зависимостями (2) и (4) (кривые 1 и 2 соответственно) очевидно, что все три кривые дают близкие значения коэффициента концентрации для границы полуплоскости  $H$ . Вследствие этого авторами [2] сделан вывод, что условный коэффициент концентрации близок к коэффициенту концентрации в обычном определении.

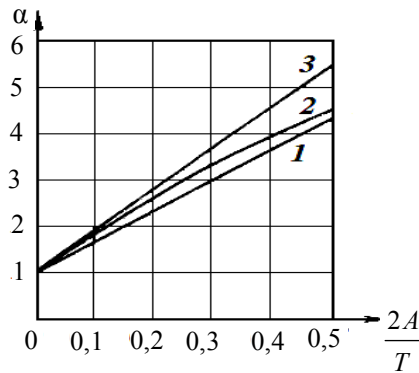


Рис. 2. График зависимости коэффициента концентрации напряжений  $\alpha$  от высоты выступов  $A$  и шага  $T$

### 3. Вероятностный коэффициент концентрации напряжений

Следующий способ определения коэффициента концентрации напряжений авторы [2] предлагают находить из более общего условия:

$$P = \{ \sigma_S < \alpha_p \sigma \} = p ,$$

где  $p$  – заданная вероятность;  $\sigma_S$  – нормальное распределение напряжения.

Тогда коэффициент концентрации принимает форму

$$\alpha_p = 1 + k(p) \frac{\beta}{\sigma} , \tag{8}$$

где  $\beta$  определяется формулой  $\beta = 2\pi n R_q \sigma$ , а  $k(p)$  – уравнением

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-\frac{z^2}{2}} dz = p .$$

Из формулы (8) видно, что коэффициент концентрации напряжений зависит от допустимой вероятности  $p$ , а значит, носит вероятностный характер.

### 4. Оценка коэффициента концентрации напряжений, основанного на простейшем определении надежности

Следующий подход к оценке коэффициента концентрации напряжений основан на простейшем определении надежности. В данном случае надежность определяется как вероятность, с которой условие  $\sigma_S(y) < u$  не нарушается на всей длине  $L$  границы детали.

Коэффициент концентрации напряжений  $\alpha_n$ , соответствующий заданному уровню надежности  $p$ , определяется из условия

$$\alpha_n \sigma_0 = u ,$$

где  $\sigma_0$  – максимальное значение математического ожидания  $\sigma(y)$  на границе детали.

Однако данный подход к определению коэффициента концентрации напряжений, основанный на простейшем определении надежности, авторы [2] сочли неудачным, поскольку приемлемые уровни надежности приводят к завышенным оценкам концентрации. Вследствие этого предлагается использовать для расчета коэффициента концентрации напряжений грубую оценку (5), которая имеет наибольшее прикладное значение.

### Избыточный коэффициент концентрации напряжений

На основе положений теорий упругости авторами [3] получено соотношение для избыточного (сверх единицы) коэффициента концентрации напряжений в виде

$$\alpha_R = k_\alpha \sqrt{\frac{H_{\text{вп}}}{\rho_{\text{вп}}}}, \quad (9)$$

где  $k_\alpha$  – коэффициент, зависящий от вида нагружения (изгиб, растяжение, сдвиг, кручение) и отношения глубины надреза к шагу;  $H_{\text{вп}}$  – глубина канавки;  $\rho_{\text{вп}}$  – радиус кривизны ее впадины в осевом сечении растягиваемого или сжимаемого образца.

Установлено, что коэффициент  $\alpha_R$ , рассчитанный для кольцевых надрезов на цилиндрическом стержне и не учитывающий температурный эффект, в определенной мере применим и к оценке влияния неровностей поверхности на усталость металлов.

### Приближенные соотношения для вычисления избыточного коэффициента концентрации напряжений

На основе формулы (9) авторами [3] выведены приближенные соотношения для вычисления избыточного коэффициента концентрации напряжений, метрологически лучше обеспеченные и проще формализуемые, чем сам параметр  $\alpha_R$ . Рассмотрим эти соотношения.

#### 1. Спектральный коэффициент концентрации напряжений

$$\alpha_{Rc} = k_{\alpha c} \max \frac{A_n}{B_n} \approx \alpha_R, \quad (10)$$

где  $A_n$  и  $B_n$  – амплитуда и шаг  $n$ -й гармоники неровностей поверхности;  $k_{\alpha c}$  – коэффициент, учитывающий частотный состав профиля и соотношение «опасной» гармоники и остальных гармоник разложения.

#### 2. Волновой коэффициент концентрации напряжений

$$\alpha_{R\lambda} = k_{\alpha\lambda} \sqrt{\frac{R_{\max} \sum y_j^2}{4 \sum y_j'^2}} \approx \alpha_R, \quad (11)$$

где  $y_j$  и  $y_j'$  – значения ординат профиля и его первой производной в точке  $j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ), измеренных относительно средней линии профиля;  $R_{\max}$  – наибольшая высота неровностей;  $k_{\alpha\lambda}$  – экспериментально определяемый коэффициент.

#### 3. Интегральный коэффициент концентрации напряжений

$$\alpha_{Rn} = k_{\alpha n} \frac{n(0)}{l} \sqrt{R_{\max} \cdot H_{\text{вп}}} \approx \alpha_R, \quad (12)$$

где  $n(0)$  – число пересечений профиля с его средней линией;  $R_{\max}$  – наибольшая высота неровностей;  $l$  – длина участка исследуемого профиля;  $H_{\text{вп}} = Rv$  – глубина самой глубокой впадины, отложенная от средней линии профиля;  $k_{\alpha n}$  – экспериментально определяемый коэффициент.

Согласно [3], точность приближения параметра  $\alpha_R$ , определяемого формулами (10)–(12), зависит от формы профиля и в каждом конкретном случае подлежит отдельной оценке.

### Оценка коэффициента концентрации напряжений при известных составляющих профиля

Еще один способ для расчета теоретического коэффициента концентрации напряжений при известных гармонических составляющих профиля поверхности, предложенный И. В. Дуниным-Барковским, приводит в своей работе Ю. Р. Виттенберг [4]:

$$\alpha_T \approx 1 + C_{\alpha T} \left( \frac{A}{B} \right)_{\max},$$

где  $\left(\frac{A}{B}\right)_{\max}$  – наибольший член тригонометрического ряда значений  $\frac{A}{B}$  в спектре профиля;  $C_{\text{от}}$  – постоянный коэффициент, равный 0,02...0,03 при изгибе и растяжении.

Представленные способы оценки теоретического коэффициента концентрации напряжений безусловно заслуживают внимания. Однако авторы работ рассматривают образцы, имеющие ряд мелких выточек [1], кольцевых надрезов, канавок [3], или представляют шероховатость поверхности системой периодически повторяющихся выступов и впадин [2, 4]. Данные подходы весьма приближенно отождествляют реальный профиль микронеровностей поверхности после механической обработки.

В связи с этим современные способы оценки теоретического коэффициента концентрации напряжений, не учитывающие реальный профиль микронеровностей поверхности, далеки от совершенства и требуют уточнения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нейбер Г.* Концентрация напряжений. – М.: Гостехиздат, 1947. – 204 с.
2. *Хусу А. П., Виттенберг Ю. Р., Пальмов В. А.* Шероховатость поверхностей (теоретико-вероятностный подход). – М.: Наука, 1975. – 344 с.
3. *Дунин-Барковский И. В., Карташова А. Н.* Измерения и анализ шероховатости, волнистости и некруглости поверхности. – М.: Машиностроение, 1978. – 232 с.
4. *Виттенберг Ю. Р.* Шероховатость поверхности и методы ее оценки. – Л.: Судостроение, 1971. – 108 с.

Статья поступила в редакцию 1.02.2008

#### THE DEFINITION METHODS OF THEORETICAL STRESS CONCENTRATION FACTOR FROM MICROROUGHNESSES OF REAL PROFILE OF WORKPIECE SURFACE

*V. A. Mamontov, O. N. Sinelshchikova*

The surface undulation has a great impact on machine elements loading capacity, especially endurance decreasing it. This impact is related with stress concentration from the surface microroughnesses which appears in their valleys and depends on the valley depth, interval and valley rounded radius. On this basis endurance strength must mainly depend on the depth of the surface microroughnesses. The existing definition methods of theoretical stress concentration factor are based on prototypes with some small annular grooves, circumferential notch grooves or in case when the surface microroughness represents as a cycle system of surface asperities and valleys. Such methods identify profile of surface microroughness after machining operations rather approximately. That is why modern definition methods, which don't take into account the real profile of surface microroughness, should be specified.

**Key words:** surface undulation, stress concentration, definition methods of concentration, the real profile of the surface, machining operations.