

А. В. Синельщиков, Н. Н. Панасенко

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ПОДЪЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Проблемы проектирования подъемных сооружений (ПС) (краны, перегружатели, лифты, эскалаторы, канатные дороги и др.) в сейсмостойком исполнении, несмотря на некоторые успехи [1, 2], до сих пор активно дискутируются, прежде всего вследствие несовершенства математических моделей сейсмических воздействий (ММ СВ) и способов сравнения их энергетических спектров в условиях выбора проектировщиком исходного СВ. Энергетический спектр СВ показывает распределение энергии землетрясения в зависимости от частоты колебаний поверхности земли. Информация о распределении энергии колебаний является исключительно важной для расчета подъемных сооружений на СВ [1, 3]. При совпадении энергетического спектра сейсмического процесса со спектром собственных частот (СЧ) ПС в последнем возникают резонансные явления, что в большинстве случаев неминуемо приводит к повреждению либо разрушению сооружения. В связи с этим выбор ММ СВ основывается на наиболее опасном распределении энергии колебаний при землетрясении по частоте.

Способом построения ММ СВ является разработка среднестатистических и вероятностно-статистических акселерограмм (ССА и ВСА) на основе ансамбля исходных реальных и (или) синтезированных акселерограмм землетрясений одинаковой балльности, например на основе банка данных Института физики земли им. О. Ю. Шмидта, как соответствующих одной и той же высотной отметке (грунт или уровень установки ПС в зданиях), так и приведенных к высотным стандартным уровням (табл.) [4].

Максимальный уровень расчетных ускорений землетрясений [4]

Сейсмичность площадки, баллы, по шкале MSK-64	5	6	7	8	9	10
Максимальный уровень ускорений, м/с ²	0,25	0,5	1	2	4	8

Для построения ССА и ВСА нами приняты следующие допущения [5, 6]: 1) на времени действия τ , эффективной фазы землетрясения, $4 \text{ с} \leq \tau \leq 10 \text{ с}$, СВ является случайным стационарным процессом с нулевым матожиданием, дисперсией σ_a^2 , корреляционной функцией (КФ) $K(\tau)$ и функцией спектральной плотности (ФСП) $G_a(\omega)$; 2) сейсмическое воздействие, заданное акселерограммой $a(t)$, имеет нормальный закон распределения; 3) СВ, в отличие от СНиП II-7-81* [7], задаются для 3-х направлений пространства: 2-х горизонтальных – X , Y и вертикального – Z , причем вероятность проектного землетрясения (ПЗ) равна $T_{\text{ПС}}/10^2$, а максимального расчетного землетрясения (МРЗ) – $T_{\text{ПС}}/10^4$, где $T_{\text{ПС}}$ – нормативный срок службы ПС.

Сейсмическое воздействие, как случайную функцию $\tilde{a}(t)$, представим ансамблем выборочных функций $\{a_i(t)\}$, каждая из которых не описывает всех свойств СВ. Проведя статистическую обработку ансамбля исходных акселерограмм [8], получим воздействие, учитывающее все свойства ансамбля. Для этого каждая акселерограмма исходного ансамбля переоцифровывается с одним и тем же шагом Δt ($0,01 \text{ с} \leq \Delta t \leq 0,03 \text{ с}$) и для каждой из них устанавливается длительность, соответствующая длительности τ , эффективной фазы ансамбля. В результате получается ансамбль переоцифрованных с одинаковым по времени шагом акселерограмм равной длительности, рассматриваемых как реализация случайного процесса $\tilde{A}(t)$. Для каждого момента времени t_k (с шагом оцифровки) проводится осреднение мгновенных значений процесса землетрясения – определяется $\langle a | t_k \rangle$ и $\sigma_{a|t_k}^2$ – математическое ожидание и среднеквадратичное значение соответственно:

$$\langle a | t_k \rangle = \sum (a_i | t_k) / S; \quad (1)$$

$$\sigma_{a|t_k}^2 = \sum (a_i | t_k - \langle a | t_k \rangle)^2 / (S-1), \quad (2)$$

где S – число реализаций сейсмических процессов. Выборка $a_i | t_k$ объемом S в (1) и (2) имеет нормальный закон распределения. С изменением объема выборки будут меняться ее матожидание (1) и дисперсия (2). В этом случае для момента времени t_k значение $\langle a | t_k \rangle$ процесса является случайной величиной со своими параметрами дисперсии:

$$\sigma_{\langle a | t_k \rangle} = \sigma_{a | t_k} / \sqrt{S}, \quad (3)$$

и матожидания выборочного среднего, которое с вероятностью $P = F(U_p) = 2\Phi(U_p)$ будет находиться в интервале

$$\left(\langle a | t_k \rangle - U_p \sigma_{a | t_k} / \sqrt{S} \right) \leq \mu \leq \left(\langle a | t_k \rangle + U_p \sigma_{a | t_k} / \sqrt{S} \right), \quad (4)$$

где верхняя граница (4) является ССА:

$$\langle a \rangle_k = \langle a | t_k \rangle + U_p \sigma_{\langle a | t_k \rangle}. \quad (5)$$

В (4) и (5) $F(U_p)$, $\Phi(U_p)$ – табулированные функции нормального распределения (нормированного и Лапласа соответственно); U_p – квантиль нормального распределения, соответствующий принятой доверительной вероятности P [2, 9]. При малом числе реализаций процесса вместо квантиля U_p в (4) и (5) следует принимать квантиль распределения Стьюдента q_p .

Анализ реальных акселерограмм [8] показывает, что у ССА, построенных для различных ансамблей, пиковые ускорения в момент времени t_k могут существенно отличаться, поэтому для повышения точности представления СВ и повышения качества расчётов применяют ВСА. Учитывая, что среднеквадратичное значение $\sigma_{a | t_k}$ в (4) тоже является случайной величиной, имеющей доверительный интервал

$$(1 - q) \sigma_{a | t_k} \leq \sigma_{a | t_k} \leq (1 + q) \sigma_{a | t_k}, \quad (6)$$

где q_p – квантиль распределения, для построения ВСА целесообразно принимать верхнюю границу P -процентного интервала среднеквадратичного значения $\sigma_{a | t_k}$ из (6). После этого ВСА представляется в виде

$$a_k = \left[\langle a_k | t_k \rangle + U_p \sigma_{\langle a | t_k \rangle} \right] + U_p \sigma_{a | t_k} (1 + q_p), \quad (7)$$

которая учитывает P -процентов свойств всей исходной информации ансамбля $\{a_i(t)\}$ и может быть использована как модель СВ на грунте при расчете ПС на сейсмостойкость линейно-спектральным методом (ЛСМ) либо методом динамического анализа (МДА) [10]. Ранее в [11, 12] были разработаны ВСА интенсивностью 7, 8 и 9 баллов (рис. 1) по модели (7), соответствующие известной сейсмической шкале MSK-64 (табл.), которые рекомендуется использовать для практических расчетов ПС на СВ по МДА, причем выбор значений доверительной вероятности P в (7) производится в зависимости от вероятности

$$\alpha = 1 - P, \quad (8)$$

называемой риском 1-го рода. Она и определяет область, в которую попадает α процентов возможных неучтенных средних оценок выборки [9]. В целях практических расчетов ПС на СВ получение значений оцифровок акселерограмм $a(t)$ (рис. 1) с любым шагом в пределах длины полупериодов осуществляется с использованием формулы

$$a(t + \tau) = a_m \sin(\pi\tau/L), \quad (9)$$

где L – длительность сейсмического импульса; t – время начала импульса; τ – время в пределах импульса, $0 \leq \tau < L$; a_m – амплитуда импульса. В [3] предложены не только оцифровки сейсмических процессов (рис. 1), но и приближенные для практического применения трехкомпонентные сейсмические спектры ответа (ССО), доступные для расчета подъемных и других сооружений ЛСМ, методологически соответствующие на нормативном уровне СНиП II-7-81* [7], но развитые в [12] применительно к пространственным металлоконструкциям ПС в соответствии с требованиями [3, 11].

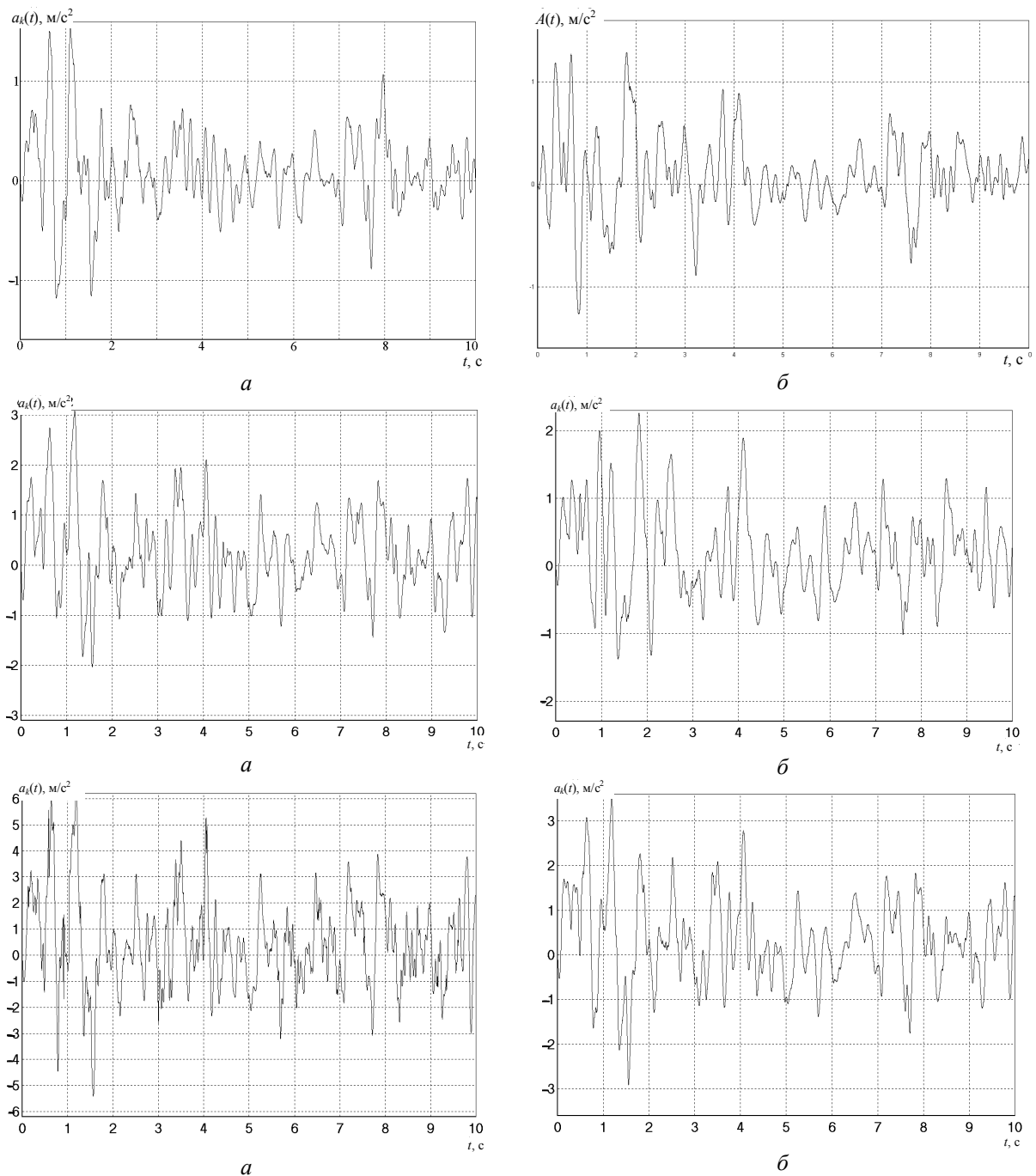


Рис. 1. Вероятностно-статистические акселерограммы, построенные по формуле (7) на основе 7-, 8- и 9-балльных акселерограмм, приведённых в [8]:
a – горизонтальные (*X* и *Y*) компоненты; *б* – вертикальная (*Z*)

Как видно из рис. 1, для сложных процессов, представленных колебаниями грунта при землетрясениях, выразить СВ простой гармонической функцией невозможно. Поэтому для сравнения энергетических спектров акселерограмм (рис. 1), как при выборе расчетных СВ из множества, так и оценке качества математического моделирования по формулам (5) и (7), можно заменить модель СВ суммой простых гармонических функций, каждая из которых имеет собственную частоту и амплитуду колебаний. Такая замена осуществляется либо разложением исходного сейсмического сигнала с использованием полиномов Чебышева, Эрмита, Лаггера и др., либо интегрального преобразования Фурье, Лапласа, Гильберта и др. Все указанные подходы к спектральному анализу могут применяться в любом случае, но могут быть причины, зависящие от специфики решаемой задачи, по которым тот или иной подход более предпочтителен.

Современные методы демодуляции, известные из теории аналитического сигнала [13], позволяют получить из исходного сигнала модулирующие по амплитуде и частоте мгновенные функции. Для получения этих мгновенных функций исходный сигнал с помощью преобразования Гильберта преобразуется в сопряженный [13–15]:

$$x_{\bar{A}}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{\tau - t} dt. \quad (10)$$

Используя (10), введем понятие аналитического сигнала

$$X(t) = x(t) + ix_{\bar{A}}(t) = A(t)\cos(\psi(t)), \quad i = \sqrt{-1}, \quad (11)$$

после чего с учетом (10) и (11) можно однозначно определить мгновенную амплитуду (огibaющую), фазу и частоту процесса соответственно [13]:

$$A(t) = \sqrt{x^2(t) + x_{\bar{A}}^2(t)}; \quad (12)$$

$$\psi(t) = \arctg[x_{\bar{A}}(t)/x(t)]; \quad (13)$$

$$\omega(t) = \dot{\psi}(t) = \frac{x(t)\dot{x}_{\bar{A}}(t) - x_{\bar{A}}(t)\dot{x}(t)}{x^2(t) + x_{\bar{A}}^2(t)}. \quad (14)$$

Исходный колебательный процесс $X(t)$ из (11) нигде не пересекает свою огibaющую $A(t)$ из (12), а в точках соприкосновения имеет общие касательные. Анализируя особенности изменения соответствующих мгновенных характеристик, можно определить конкретный вид модуляции сейсмических сигналов и провести их сравнение.

К числу важнейших характеристик колебаний земной поверхности при землетрясениях относится спектральная плотность, которая пропорциональна средней мощности колебательного движения точки земной поверхности, отнесенной к единице частотного диапазона при заданной частоте.

В современной сейсмологии для анализа спектральных плотностей СВ обычно используются спектры Фурье $R(\omega)$ и $R(T)$, где ω – круговая частота; T – период колебаний, которые строятся для колебаний $A(t)$ из (12) точки грунта. Модуль спектральной плотности спектра Фурье может рассматриваться как амплитуда на выходе острорезонансного фильтра с нулевым затуханием, отсчитываемым в момент прекращения действия сейсмического сигнала $A(t)$ на входе фильтра.

Заметим, что при использовании ЛСМ и МДА затухание характеризуется коэффициентом относительного демпфирования и определяется по формуле [6, 14]:

$$\xi = \delta_3 \left[(2\pi)^2 + \delta_3^2 \right]^{0,5} \approx \delta_3 / 2\pi, \quad (15)$$

где ξ – коэффициент относительного демпфирования несущих систем ПС ($\xi = 0,02 \div 0,04$), связанный с логарифмическим декрементом колебаний δ_3 их расчетно-динамических моделей (РДМ).

Амплитудные спектры Фурье могут рассчитываться для функций, характеризующих не только ускорение $A(t)$ точки поверхности земли при землетрясении (акселерограмма), но и ее скорость (велосиограмма) и перемещение (сейсмограмма). Спектры скоростей и перемещений могут быть получены и непосредственно из спектра ускорений. Согласно [9], переход от спектров ускорений к спектрам скоростей осуществляется умножением первого на значение частоты по оси ординат. Аналогичным образом могут быть получены спектры перемещений из спектров скоростей. Справедливым является и обратное преобразование, осуществляемое делением на частоту [9].

Спектральная плотность, как неслучайная оценка колебаний, является непрерывной функцией частоты. Для разложения непериодических функций, описывающих СВ, используют их представление в виде интегрального преобразования Фурье, которое имеет вид [14, 15]:

$$f(t) = \int_0^{\infty} A(\theta) \cos \theta t d\theta + \int_0^{\infty} B(\theta) \sin \theta t d\theta, \quad (16)$$

или

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (17)$$

где $F(j\omega)$ – комплексный спектр сигнала, т. е. его амплитудофазочастотная характеристика (АФЧХ). В (16)

$$A(\theta) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(t) \cos \theta \tau dt; \quad (18)$$

$$B(\theta) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(t) \sin \theta \tau dt. \quad (19)$$

Величины $A(\theta)$ и $B(\theta)$ из (18) и (19) представляют, соответственно, четную (синфазную) и нечетную (квадратурную) составляющую ФСП процесса $f(t)$ (16). Если функция $f(t)$ четная, то $B(\theta) = 0$. При нечетной функции $f(t)$ $A(\theta) = 0$.

После разложения непериодических функций, описывающих СВ, интеграл Фурье (16) преобразуем к виду

$$f(t) = \int_0^{\infty} P(\theta) \cos[\theta t - \bar{v}(\theta)] dt, \quad (20)$$

где $P(\theta)$ – амплитудочастотная характеристика (АЧХ) сейсмического процесса; $\bar{v}(\theta)$ – его фазочастотная характеристика (ФЧХ). Как известно, с учетом (18) и (19)

$$P(\theta) = [A^2(\theta) + B^2(\theta)]^{0,5}; \quad (21)$$

$$\bar{v}(\theta) = \arctg \frac{B(\theta)}{A(\theta)}. \quad (22)$$

В дополнение к АЧХ (21) и ФЧХ (22) сейсмического процесса из (16) определим комплексный спектр сигнала АФЧХ:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (23)$$

При использовании интегрального преобразования Фурье (16) следует учитывать, что сейсмический процесс имеет нулевые значения вне исследуемого интервала. Такое предположение не является строго корректным, что приводит к увеличению погрешностей при уменьшении анализируемого временного отрезка процесса. Кроме того, следует иметь в виду, что результирующий спектр – непрерывный и его форма соответствует огибающей разложения в ряд Фурье, а интенсивный пик непрерывного спектра может быть обусловлен группой компонент с близкими частотами. Эффективность получения ФСП, АЧХ и ФЧХ значительно повышается при применении алгоритма быстрого преобразования Фурье [16].

Наряду с предложенным нами интегральным преобразованием Фурье (16), (21)–(23), в практике спектрального анализа сейсмических процессов используют преобразования Лапласа и Карсона – Хевисайда.

В качестве примера на рис. 2, 3 представлен спектральный анализ наиболее широкоупотребительной 8-балльной акселерограммы (см. рис. 1) на основе интегрального преобразования Фурье: ФСП, АЧХ, ФЧХ, четная и нечетная составляющая ФСП.

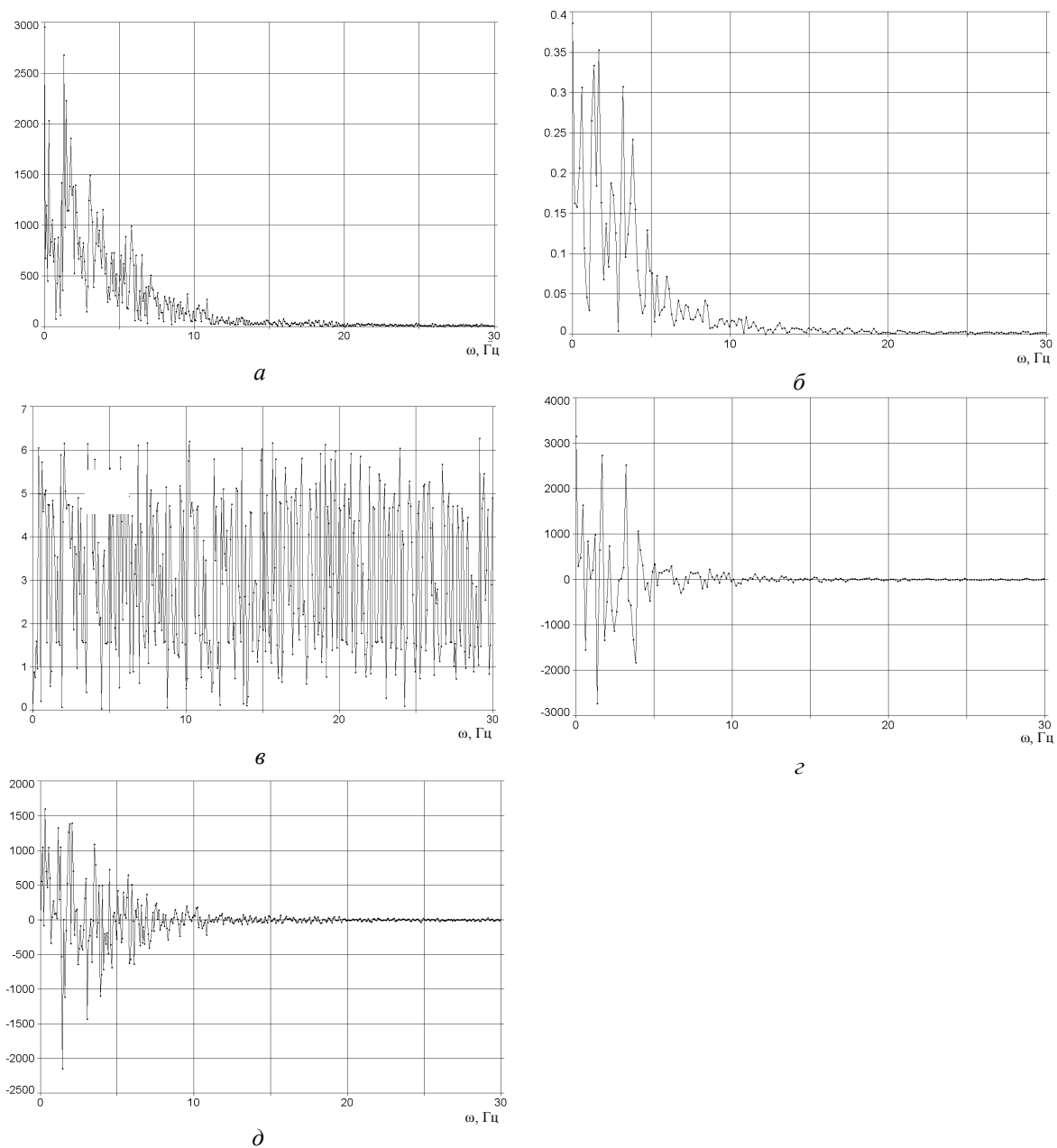


Рис. 2. Спектральный анализ 8-балльной акселерограммы (горизонтальная составляющая) (см. рис. 1) на основе интегрального преобразования Фурье: *а* – ФСП; *б* – АЧХ; *в* – ФЧХ; *г* – четная составляющая ФСП; *д* – нечетная составляющая ФСП

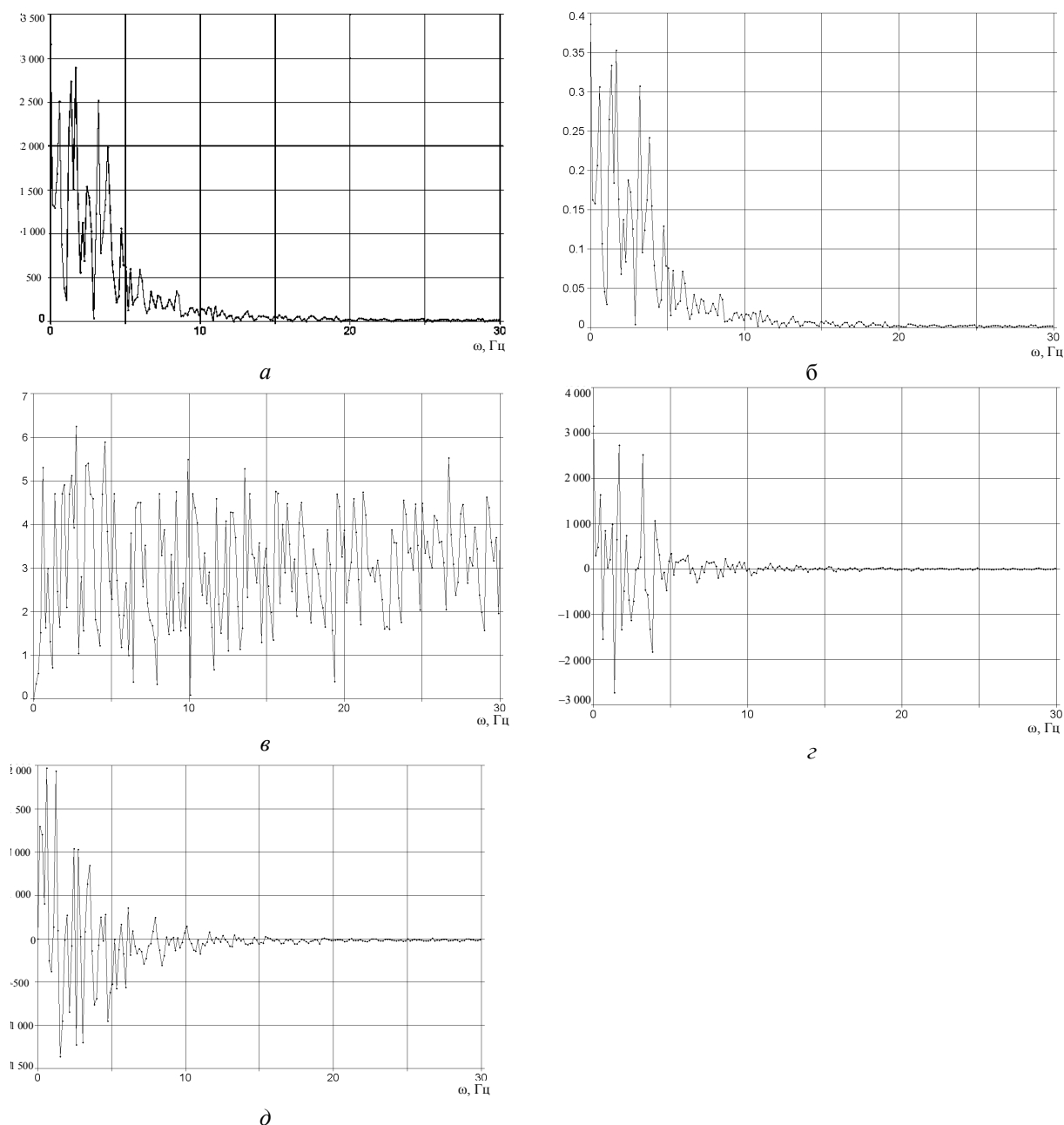


Рис. 3. Спектральный анализ 8-балльной акселерограммы (вертикальная составляющая) (см. рис. 1) на основе интегрального преобразования Фурье: *а* – ФСП; *б* – АЧХ; *в* – ФЧХ; *г* – четная составляющая ФСП; *д* – нечетная составляющая ФСП

Полученные ФСП, АЧХ и ФЧХ дают представление об энергетическом составе акселерограмм землетрясений, что позволяет производить их сравнение с другими акселерограммами и давать оценку опасности данной акселерограммы для подъемного сооружения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ПБ 10-382-00. Правила устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов.
2. РД 24.090.83-87. Нормы расчета пространственных металлоконструкций грузоподъемных кранов атомных станций на эксплуатационные и сейсмические воздействия. – М.: Минтяжмаш, 1988 – 264 с.
3. ПНАЭ Г-7-002-86. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. – М.: Энергоатомиздат. – 1989. – 525 с.
4. РТМ 108.020.37-81. Оборудование атомных энергетических установок. Расчет на прочность при сейсмическом воздействии. – СПб.: Минэнергомаш. – НПО ЦКТИ, 1981. – 37 с.

5. Синельщиков А. В. Динамика и сейсмостойкость мостовых кранов: Дис. ... канд. техн. наук. – Астрахань: Изд-во АГТУ, 2000. – 276 с.
6. Панасенко Н. Н. Динамика и сейсмостойкость подъемно-транспортного оборудования атомных станций: Дис. ... д-ра техн. наук. – В 2-х ч. Ч. 1. Новочеркасск: НГТУ, 1992. – 475 с.
7. СНиП II-7-81*. Строительство в сейсмических районах. – М.: Госстрой РФ, 2000. – 69 с.
8. Материалы для экспериментального проектирования и технических исследований сейсмостойких сооружений / ГИПРОТИС Госстроя СССР. Таблицы ускорений грунта прошедших землетрясений интенсивностью 7 и 8 баллов. – М., 1961. – Вып. 1. – 200 с.
9. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений: – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
10. Панасенко Н. Н., Синельщиков А. В., Кинжибалов А. В. Линейно-спектральная теория сейсмостойкости пространственных конструкций башенных кранов // Образование, наука и практика в строительстве и архитектуре: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Астрахань: Изд-во АИСИ, 2007. – С. 144–148.
11. НП-043-2003. Требования к устройству и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов для объектов использования атомной энергии (Утв. Пост. Росатомнадзор РФ от 19.06.2003 № 1/97).
12. Котельников В. С., Панасенко Н. Н., Синельщиков А. В. Разработка модели землетрясений в расчетном анализе сейсмостойкости подъемных сооружений // Безопасность труда в промышленности. – 2007. – № 9. – С. 42–46.
13. Вайнштейн Л. А., Вакман Д. Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. – М.: Наука, 1983. – 288 с.
14. Поляков С. В. Сейсмостойкие конструкции зданий: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1983. – 304 с.
15. Ризниченко Ю. В., Сейдузова С. С. Спектры и системы спектров землетрясений // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1976. – № 3. – С. 28–43.
16. Головацкая А. П. Методы и алгоритмы вычислительной математики: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1999. – 408 с.

Статья поступила в редакцию 6.02.2008

SPECTRAL ANALYSIS OF SEISMIC IMPACT IN THE THEORY OF SEISMIC STABILITY OF HOISTING UNITS

A. V. Synelshchikov, N. N. Panasenko

The choice and substantiation of mathematical model of seismic impact in the theory of seismic stability of hoisting units are considered to be of great importance because these factors directly influence the quality and result of seismic stability projection. As a model of seismic impact there is offered a probabilistic acceleration diagram (PAD) including all properties of ensemble of acceleration diagrams from the database which were digitized on the time base with equal interval. In order to give quantitative comparison and to choose acceleration diagrams which correspond to seismic zoning there is offered special demodulation technique and plotting of dependences which characterize their spectral density according to Fourier integral transformation. An example of plotting spectral density function (SDF), amplitude-frequency characteristic (AFC) and phase-frequency characteristic (PFC) is demonstrated for PAD with seismic intensity 8 corresponding to seismic (Richter) scale MSK-64.

Key words: hoisting units, seismic stability, model of seismic impact, spectral analysis.