

А. И. Миронов, А. А. Халявкин

О ВОЗМОЖНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМЕ ВАЛОПРОВОДА

Любое судно представляет собой сложную механическую систему, подвергающуюся воздействию, помимо постоянных, различных переменных во времени нагрузок, как со стороны моря, так и от всевозможных агрегатов и устройств, установленных на самом судне.

Для подобных систем статический расчет является лишь первым приближением, т. к. колебания в системе, вызываемые переменными нагрузками, могут существенно повлиять на её работоспособность.

Сказанное целиком относится и к валопроводу, который подвергается переменным нагрузкам от работающего двигателя, гребного винта, через подшипники от корпуса судна. Поэтому Регистром [1] предписано обязательно вычислять собственные частоты механических колебаний валопровода.

В настоящее время при исследовании поперечных колебаний валопровод рассматривается как балка ступенчато-постоянного сечения, опирающаяся на так называемые «точечные» опоры и нагруженная собственным весом, весом установленных на валопроводе механизмов и устройств и гидродинамическим моментом, который изменяется с лопастной частотой. Такая расчетная схема привлекает своей простотой, но имеет существенный недостаток – не учитывает влияние длинных дейдвудных подшипников на колебания гребного вала и не позволяет объяснить некоторые явления, возникающие при эксплуатации судов. Например, почему по мере эксплуатации усиливается вибрация кормовой оконечности судна.

Наши исследования и исследования других ученых [2–5] показали, что наименьшую собственную частоту имеет именно концевой участок гребного вала, поэтому длинные дейдвудные подшипники могут оказывать не только количественное, но и качественное влияние на колебания гребного вала.

Рассмотрим концевой участок валопровода (рис. 1). Следуя традиционной схеме, принимаем опоры «точечными» и расположенными в местах приложения равнодействующих реакций дейдвудных подшипников.

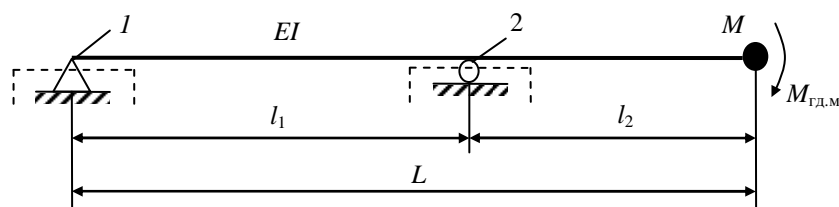


Рис. 1. Расчетная схема концевой участка гребного вала: M – масса винта; EI – жесткость сечения балки при изгибе; 1, 2 – точки приложения равнодействующих реакций носового и кормового дейдвудных подшипников (которые показаны пунктирной линией); $M_{гд.м}$ – гидродинамический момент

Проведенные нами исследования показали, что под воздействием переменного гидродинамического момента $M_{гд.м}$ точки приложения равнодействующих реакций дейдвудных подшипников периодически перемещаются с той же лопастной частотой, что и гидродинамический момент.

Оценим влияние периодического перемещения опор на поперечные колебания стержня.

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний массы M (рис. 1) получим, рассматривая равновесие массы под действием силы инерции и силы упругости, возникающей при изгибе стержня:

$$M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + ky = 0, \quad (1)$$

где y – перемещение массы M ; t – время; $k = \frac{1}{\delta_{11}}$ – жесткость системы; δ_{11} – перемещение массы под действием силы $F = 1$, равное в данном случае

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} \frac{Ll_2^2}{EJ}. \quad (2)$$

Подставляем выражение (2) в (1) и делим на M . В результате имеем

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{3EJ}{LM} \frac{y}{l_2^2} = 0. \quad (3)$$

Вследствие перемещения точки приложения равнодействующей реакций подшипника, l_2 периодически изменяется с лопастной частотой ω на величину Δ , т. е.

$$l_2 = l_0 + \Delta \cos \omega t = l_0 \left(1 + \frac{\Delta}{l_0} \cos \omega t \right) = l_0 (1 + \varepsilon \cos \omega t). \quad (4)$$

Тогда

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{3EJ}{LMl_0^2} \frac{y}{(1 + \varepsilon \cos \omega t)^2} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos \omega t)^2} = \frac{1}{1 + 2\varepsilon \cos \omega t + \varepsilon^2 \cos^2 \omega t} \approx 1 - 2\varepsilon \cos \omega t + 3\varepsilon^2 \cos^2 \omega t. \quad (6)$$

Так как ε мало, пренебрегаем степенями ε большими 1. Тогда выражение (5) принимает вид

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{3EJ}{LMl_0^2} (1 - 2\varepsilon \cos \omega t) y = 0. \quad (7)$$

При $\varepsilon = 0$ получим

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{3EJ}{LMl_0^2} y = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) описывает механические колебания массы M при отсутствии перемещения опоры 2 (рис. 1), где

$$\frac{3EJ}{Ll_0^2 M} = p^2, \quad (9)$$

p – собственная частота колебаний массы. Введем новую переменную

$$2\tau = \omega t \quad (10)$$

и обозначим

$$v = \left(\frac{2p}{\omega} \right)^2. \quad (11)$$

В результате уравнение (7) преобразуется к виду

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + v(1 - 2\varepsilon \cos 2\tau) y = 0. \quad (12)$$

Дифференциальное уравнение (12) называется уравнением Матье и в нашем случае характеризует так называемые параметрические колебания массы M .

К аналогичному результату приходим и в случае, когда перемещающаяся опора – упругая (рис. 2).

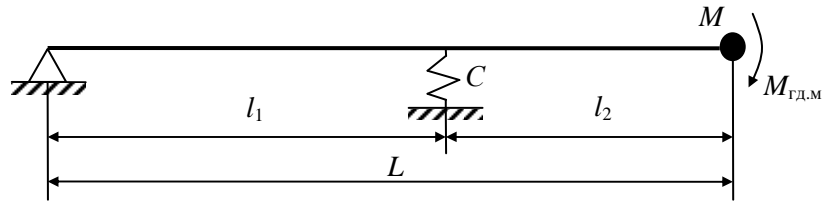


Рис. 2. Расчетная схема стержня с упругой перемещающейся опорой. C – жесткость опоры

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний массы M по-прежнему имеет вид (1). Перемещение δ_{11} найдем по принципу наложения как сумму перемещений массы от деформаций стержня (выражение (2)) и деформации упругой опоры, т. е.

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} \frac{Ll_2^2}{EJ} + \frac{1}{C} \left(\frac{L}{l_1} \right)^2. \quad (13)$$

Вследствие перемещения упругой опоры l_1 и l_2 периодически изменяются:

$$l_1 = l_{01} - \Delta \cos \omega t = l_{01} \left(1 - \frac{\Delta}{l_{01}} \cos \omega t \right) = l_{01} (1 - \varepsilon_1 \cos \omega t),$$

$$l_2 = l_{02} + \Delta \cos \omega t = l_{02} \left(1 + \frac{\Delta}{l_{02}} \cos \omega t \right) = l_{02} (1 + \varepsilon_2 \cos \omega t).$$

Тогда получаем

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} \frac{Ll_{02}^2 (1 + \varepsilon_2 \cos \omega t)^2}{EJ} + \frac{1}{C} \left(\frac{L}{l_{01} (1 - \varepsilon_1 \cos \omega t)} \right)^2. \quad (14)$$

Пренебрегая степенями ε большими 1, как малыми величинами по сравнению с единицей, преобразуем выражение (14) к виду

$$\delta_{11} = A_1 + A_2 \varepsilon_0 \cos \omega t, \quad (15)$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta}{L}; \quad A_1 = \frac{Ll_{02}^2}{3EJ} + \frac{1}{C} \left(\frac{L}{l_{01}} \right)^2; \quad A_2 = \frac{L^2 l_{02}}{3EJ} + \frac{1}{C} \left(\frac{L}{l_1} \right)^3.$$

В результате уравнение (1) поперечных колебаний принимает вид

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{1}{(A_1 + 2A_2 \varepsilon_0 \cos \omega t)} y = 0,$$

или

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{1}{MA_1} \left(1 - 2 \frac{A_2}{A_1} \varepsilon_0 \cos \omega t \right) y = 0, \quad (16)$$

где $\frac{1}{MA_1} = p^2$ – собственная частота массы M .

Вводя новую переменную τ (10), обозначения (11) и $\varepsilon = \frac{A_2}{A_1} \varepsilon_0$, снова приходим к уравнению Матъе (12).

Уравнение Матъе (12), в отличие от уравнения механических колебаний (8), имеет целые области неустойчивости [6]. На рис. 3 представлена диаграмма Айнса – Стретта, характеризующая устойчивые и неустойчивые решения уравнения Матъе.

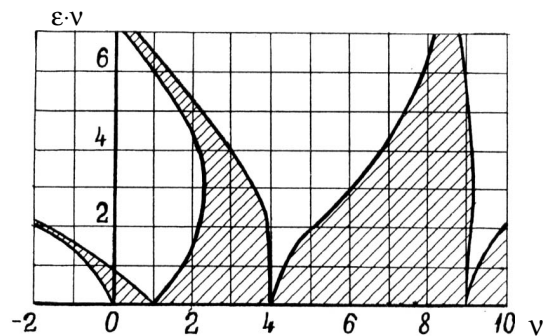


Рис. 3. Диаграмма устойчивых и неустойчивых решений уравнения Матъе (диаграмма Айнса – Стретта). Заштрихованы области устойчивости

Как известно из теории параметрических колебаний [7], изменение параметра обязательно должно происходить по закону \sin или \cos . Достаточно, чтобы изменение параметра было периодическим.

Из диаграммы Айнса – Стретта следует, что при $\varepsilon = 0$ минимальное значение параметра ν , при котором наступает неустойчивость системы, равно 1, т. е. (см. (11))

$$\left(\frac{2p_{\min}}{\omega}\right)^2 = 1,$$

откуда

$$p_{\min} = \frac{\omega}{2}. \tag{17}$$

Таким образом, неустойчивость системы может наступить при значении собственной частоты p , равной половине частоты изменения возмущающей силы. В случае валопровода – половине лопастной частоты ω .

Кроме того, будет движение массы M устойчивым или неустойчивым, зависит от перемещения опоры Δ . С увеличением $\Delta(\varepsilon)$ ранее устойчивое движение может стать неустойчивым, т. е. наступит так называемый параметрический резонанс. В случае параметрического резонанса амплитуды перемещений возрастают, но остаются ограниченными.

Особенности параметрических колебаний позволяют сделать вывод о возможности возникновения в системе валопровода параметрических колебаний [5], т. к.:

1. Значение собственной частоты, при котором наступает параметрический резонанс, в два раза меньше собственной частоты механических колебаний.

2. В процессе эксплуатации судна увеличивается износ дейдвудных подшипников и, как следствие, величина периодического отрыва гребного вала от подшипника под действием переменного гидродинамического момента, т. е. первоначально устойчивое движение гребного вала в процессе эксплуатации может стать неустойчивым.

Заключение

Независимо от того, возникают в системе валопровода параметрические колебания или не возникают, расчетная схема по исследованию его поперечных колебаний нуждается в совершенствовании с целью включения в неё реальной длины дейдвудных подшипников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Валопроводы судовые. Правила и нормы проектирования.* РД 5.4307-79. – Л.: Изд-во судостроит. пром-сти, 1979. – 80 с.
2. *Абрамович Б. Г., Меркулов В. А.* Уточнение метода расчета изгибных колебаний судовых валопроводов // Судостроение. – 1977. – № 10. – С. 24–28.
3. *Николаев В. А.* Конструирование и расчет судовых валопроводов. – Л.: Гос. союз. изд-во судостроит. пром-сти, 1956. – 358 с.
4. *Миронов А. И.* Исследование влияния изнашивания дейдвудных подшипников на колебания гребного вала // I Междунар. симпоз. по транспорт. триботехнике «Транстрибо-2001», 2–7 июля 2001 г., Санкт-Петербург. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001. – С. 66.
5. *Миронов А. И.* Колебания стержня при одностороннем взаимодействии с упругим основанием // II науч. конф. «Проблемы динамики и прочности исполнительных механизмов и машин», 7–10 сентября 2004 г., Астрахань. – Астрахань: Изд-во АГТУ, 2004. – С. 136–137.
6. *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1971. – 239 с.
7. *Шмидт Г.* Параметрические колебания. – М.: Мир, 1978. – 336 с.

Статья поступила в редакцию 3.12.2010

ABOUT A POSSIBILITY OF PARAMETRIC VIBRATIONS OCCURRENCE IN THE SYSTEM OF PROPELLER SHAFT

A. I. Mironov, A. A. Khalyavkin

Cross-section parametric vibrations of a propeller shaft are considered in the paper. It is established that a propeller shaft may have parametric vibrations. It is noted that the traditional calculation scheme of propeller shafts requires perfection irrespective of the fact that there are or not parametric vibrations in the system of the propeller shaft, in order to put a real length of stern-tube bearings.

Key words: cross-section parametric vibrations, propeller shaft, parametric vibrations.