УПРАВЛЕНИЕ В СОЦИАЛЬНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

DOI: 10.24143/2072-9502-2018-4-90-98
УДК 330.42, 330.101.52, 519.2

А. В. Михеев

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ РЫНОЧНОГО РАВНОВЕСИЯ

Предложена вероятностная модель рыночного равновесия, учитывающая изменение во времени рыночной цены на товар. Показано, что спрос и предложение можно полностью определить с помощью следующих случайных величин: моментов времени поставок товара производителями на рынок, моментов времени покупок товара потребителями, покупательной способности потребителя, себестоимости товара производителя. На основе этого получено уравнение, определяющее зависимость равновесной рыночной цены от времени. В случае, когда законы распределения покупательной способности и себестоимости товара совпадают, найдено решение этого уравнения и определены условия, при которых динамика равновесной рыночной цены является устойчивой. Проведено численное моделирование найденного решения для нескольких частных законов распределения четырех указанных выше случайных величин. В рамках предложенной модели найдена временная зависимость, аппроксимирующая реальную динамику цен на смартфон Apple iPhone 6S Plus 16Gb, наблюдавшуюся в период с сентября 2015 г. по апрель 2018 г. Предложенная модель представляет практическую значимость с точки зрения возможности принимать решение о целесообразности покупки (производства) товара в те или иные моменты времени, т. е. оптимизировать издержки, вызываемые покупкой (производством) этого товара.

Ключевые слова: спрос, предложение, равновесная рыночная цена, покупательная способность, себестоимость товара, плотность распределения вероятности, математическое ожидание.

Введение

Равновесной рыночной ценой называется такая цена на товар, при которой совокупный спрос равен совокупному предложению [1–4]. Равновесная цена может зависеть от времени. Для того, чтобы установить характер этой зависимости, обычно считают, что количество товара Q_d, приобретаемого на рынке потребителями, и количество товара Q_s, поставляемого на рынок производителями, являются функциями не только от рыночной цены p, но и от производ-ных этой цены по времени до второго порядка включительно [3, 4]: $Q_d = Q_d(p, p', p'')$, $Q_s = Q_s(p, p', p'')$. В этом случае уравнение рыночного равновесия

$$Q_d = Q_s \tag{1}$$

представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка на равновесную рыночную цену. Как правило, его решают, раскладывая функции $Q_d = Q_d(p, p', p'')$ и $Q_s = Q_s(p, p', p'')$ в ряды Маклорена, ограничиваясь лишь линейными по p, p' и p'' слагаемыми [3, 4]. При этом коэффициенты разложения в ряд Маклорена имеют простой экономический смысл [3, 4].

Такой подход обладает существенным недостатком. Он не учитывает стохастичность процесса установления рыночного равновесия. Стохастичность формирования равновесной рыночной цены следует из того факта, что моменты времени, в которые покупатели приобретают товар, а производители поставляют товар на рынок, являются случайными величинами. Законы распределения этих случайных величин должны определять динамику средней рыночной цены на товар. Чтобы корректно учесть стохастичность, нужно в уравнении (1) выразить совокупный спрос Q_d и совокупное предложение Q_s через все случайные величины, влияющие на процесс установления рыночного равновесия. В рамках традиционного подхода сделать это невозможно, т. к. дифференциальное уравнение $Q_d(p, p', p'') = Q_s(p, p', p'')$ не может содержать в себе никаких случайных величин. Оно уже записано для средней рыночной цены p, среднего совокупного спроса и среднего совокупного предложения.

Целью настоящей работы является построение такой модели динамики равновесной цены на товар, которая позволяла бы определять зависимость от времени средней равновесной цены, как и дифференциальное уравнение $Q_d(p, p', p'') = Q_s(p, p', p'')$, но, в отличие от традиционного подхода, учитывала бы стохастичность процесса установления рыночного равновесия и опиралась бы на статистические закономерности, присущие рынку данного товара. Для достижения этой цели воспользуемся предложенной в работе [5] вероятностной моделью стационарной (не зависящей от времени) функции спроса и добавим в эту модель стохастическую динамику: учтем, что покупки и поставки товара совершаются в случайные моменты времени.

Вероятностная модель динамики равновесной цены

Предположим, что на рынке некоторого товара действуют N_c потребителей и N_p производителей. Покупка и продажа единицы товара совершаются по рыночной равновесной цене $p = p(t)$, зависящей от текущего момента времени t. Охарактеризуем j-го потребителя покупательной способностью $R_j^{(c)}$ (максимальной ценой, по которой этот потребитель готов приобрести товар), а k-го производителя себестоимостью производимого им товара $R_k^{(p)}$ (минимальной ценой, по которой k-й производитель готов продавать свой товар). Здесь и далее $j = 1, 2, \ldots, N_c$, а $k = 1, 2, \ldots, N_p$. Тогда j-й потребитель в момент времени $t = t_j^{(c)}$ купит $n_j^{(c)}$ необходимых ему единиц товара по цене $p\left(t_j^{(c)}\right)$ только при условии, что $p\left(t_j^{(c)}\right) \le R_j^{(c)}$ (в момент покупки рыночная цена на товар ниже, чем покупательная способность потребителя). Аналогично, k-й производитель в момент времени $t = t_k^{(p)}$ поставит на рынок $n_k^{(p)}$ единиц товара по цене $p\left(t_k^{(p)}\right)$ только при условии, что $p\left(t_k^{(p)}\right) \ge R_k^{(p)}$ (в момент поставки товара на рынок цена на товар выше его себестоимости).

Совокупный спрос (предложение) ΔQ_d (ΔQ_s) на промежутке времени $[t;\ t + \Delta t]$ равен (равно) сумме тех индивидуальных спросов (предложений), для которых момент покупки (поставки) товара принадлежит этому промежутку времени:

$$\Delta Q_d = \sum_{j=1}^{N_c} n_j^{(c)} I\left(t \le t_j^{(c)} \le t + \Delta t\right) I\left(p\left(t_j^{(c)}\right) \le R_j^{(c)}\right); \tag{2}$$

$$\Delta Q_s = \sum_{k=1}^{N_p} n_k^{(p)} I\left(t \le t_k^{(p)} \le t + \Delta t\right) I\left(p\left(t_k^{(p)}\right) \ge R_k^{(p)}\right), \tag{3}$$

где $I(A)$ – индикаторная функция: $I(A) = 1$, если утверждение A истинно, и $I(A) = 0$, если утверждение A ложно.

Предположим, что различные потребители (производители) действуют на рынке несогласованно. Тогда случайные величины $n_j^{(c)}$ ($n_k^{(p)}$), $t_j^{(c)}$ ($t_k^{(p)}$), $R_j^{(c)}$ ($R_k^{(p)}$) попарно независимы. Будем также считать, что множество всех потребителей (производителей) является однородным, т. е. внутри этого множества нет таких групп потребителей (производителей), поведение которых на рынке чем-то отличается от остального множества. При этом предположении плотности распределения вероятности случайных величин $n_j^{(c)}$ ($n_k^{(p)}$), $t_j^{(c)}$ ($t_k^{(p)}$), $R_j^{(c)}$ ($R_k^{(p)}$) одинаковы для всех потребителей (производителей) товара, т. е. не зависят от номера j (k). Обозначим плотности распределения вероятности случайных величин $t_j^{(c)}$ ($t_k^{(p)}$) и $R_j^{(c)}$ ($R_k^{(p)}$) через $\varphi_c(x)$ ($\varphi_p(x)$) и $\Phi_c(x)$ ($\Phi_p(x)$) соответственно.

Используя эти функции плотности распределения вероятности, из уравнений (2), (3) находим математические ожидания совокупного спроса $\Delta\tilde{Q}_d = \mathrm{E}(\Delta Q_d)$ и предложения $\Delta\tilde{Q}_s = \mathrm{E}(\Delta Q_s)$ на промежутке времени $[t;\ t+\Delta t]$:

$$\Delta\tilde{Q}_d = N_c\tilde{n}_c\int_t^{t+\Delta t}\varphi_c(x)\left(\int_{p(x)}^{+\infty}\Phi_c(y)dy\right)dx; \quad (4)$$

$$\Delta\tilde{Q}_s = N_p\tilde{n}_p\int_t^{t+\Delta t}\varphi_p(x)\left(\int_0^{p(x)}\Phi_p(y)dy\right)dx, \quad (5)$$

где $\tilde{n}_c = \mathrm{E}\left(n_j^{(c)}\right)$ $\left(\tilde{n}_p = \mathrm{E}\left(n_k^{(p)}\right)\right)$ – среднее количество товара, приобретаемое (поставляемое) одним потребителем (производителем).

Переходя в уравнениях (4), (5) к пределу $\Delta t \to 0$ и учитывая, что $\tilde{Q}'_d = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\Delta\tilde{Q}_d/\Delta t$, $\tilde{Q}'_s = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\Delta\tilde{Q}_s/\Delta t$, получаем дифференциальные уравнения на средний мгновенный совокупный спрос $\tilde{Q}_d$ и предложение $\tilde{Q}_s$:

$$\tilde{Q}'_d = N_c\tilde{n}_c\varphi_c(t)\left(\int_{p(t)}^{+\infty}\Phi_c(x)dx\right); \quad (6)$$

$$\tilde{Q}'_s = N_p\tilde{n}_p\varphi_p(t)\left(\int_0^{p(t)}\Phi_p(x)dx\right). \quad (7)$$

Уравнения (6), (7) однозначно определяют динамику среднего совокупного спроса и предложения при условии, что известна зависимость от времени равновесной рыночной цены на товар $p = p(t)$. Функциональное уравнение на равновесную цену непосредственно следует из формул (1), (6), (7):

$$N_c\tilde{n}_c\varphi_c(t)\left(1 - F_c(p(t))\right) = N_p\tilde{n}_p\varphi_p(t)F_p(p(t)), \quad (8)$$

где $F_c(x) = \int_0^x\Phi_c(y)dy$ $\left(F_p(x) = \int_0^x\Phi_p(y)dy\right)$ – интегральная функция распределения вероятности случайной величины $R_j^{(c)}$ ($R_k^{(p)}$) [5].

В частном случае, когда законы распределения покупательной способности и себестоимости товара совпадают, т. е. при $F_c(x) \equiv F_p(x) \equiv F(x)$, функциональное уравнение (8) имеет точное решение:

$$p(t) = F^{-1}\left(\frac{N_c\tilde{n}_c\varphi_c(t)}{N_c\tilde{n}_c\varphi_c(t) + N_p\tilde{n}_p\varphi_p(t)}\right). \quad (9)$$

Здесь $F^{-1}(x)$ – функция, обратная к $F(x)$. Так как интегральная функция распределения вероятности $F(x)$ является неубывающей функцией своего аргумента [6], обратная к ней функция $F^{-1}(x)$ всегда существует. Ситуация $F_c(x) \equiv F_p(x) \equiv F(x)$ является реалистичной. Она соответствует такому рынку товара, на котором производители стараются сохранить издержки производства товара на уровне покупательной способности потребителей этого рынка.

Анализ устойчивости динамики равновесной рыночной цены, определяемой формулой (9), показывает, что возможны следующие четыре случая асимптотического (при $t \to +\infty$) поведения функции $p = p(t)$:

1) $\varphi_c(t) \equiv \varphi_p(t)$. Это значит, что в любой момент времени вероятность обнаружить на рынке потребителя, совершающего покупку, равна вероятности обнаружить производителя, продающего товар на этом рынке. В этом случае равновесная рыночная цена устойчива, не зависит от времени и равна $p(t) = F^{-1}\left(\dfrac{N_c\tilde{n}_c}{N_c\tilde{n}_c + N_p\tilde{n}_p}\right)$. При этом, как следует из формул (6), (7), спрос и предложение изменяются во времени;

2) $\lim\limits_{t\to+\infty}\varphi_c(t)/\varphi_p(t)=\varepsilon\neq 0-\text{const}$. На таком рынке, с ростом времени, вероятность поставок товара на рынок становится прямо пропорциональной вероятности покупок. В этом случае равновесная рыночная цена может как увеличиваться со временем, так и уменьшаться, но при этом она всегда является асимптотически устойчивой, т. к. $\lim\limits_{t\to+\infty} p(t) = F^{-1}\left(\dfrac{N_c\tilde{n}_c\varepsilon}{N_c\tilde{n}_c\varepsilon+N_p\tilde{n}_p}\right)<+\infty$;

3) $\lim\limits_{t\to+\infty}\varphi_c(t)/\varphi_p(t)=0$. Спустя длительное время после начала продаж вероятность покупки становится пренебрежимо малой по сравнению с вероятностью поставки товара на рынок. Рынок перенасыщен товаром, который практически не приобретается потребителями. Равновесная рыночная цена при этом уменьшается, являясь асимптотически устойчивой: $\lim\limits_{t\to+\infty} p(t) = F^{-1}(0)<+\infty$. Отметим, что если плотность распределения вероятности $\Phi_c(x)$ отлична от нуля лишь в интервале цен $[p_{\min};p_{\max}]$, то $F^{-1}(0)=p_{\min}$ – минимально возможная для данного рынка покупательная способность потребителя;

4) $\lim\limits_{t\to+\infty}\varphi_c(t)/\varphi_p(t)=+\infty$. Спустя длительное время после начала продаж вероятность поставки товара на рынок становится пренебрежимо малой по сравнению с вероятностью покупки. На рынке наблюдается острый дефицит товара. Равновесная рыночная цена растет со временем так, что $\lim\limits_{t\to+\infty} p(t) = F^{-1}(1)$. Если плотность распределения вероятности $\Phi_c(x)$ отлична от нуля в интервале цен $[p_{\min};p_{\max}]$, то $F^{-1}(1)=p_{\max}$ – максимально возможная для данного рынка покупательная способность потребителя. При $p_{\max}<+\infty$ равновесная рыночная цена является асимптотически устойчивой.

Численный эксперимент

Формуле (9) можно придать следующий вид:

$$p(t) = F^{-1}\left(\frac{w(t)}{w(t)+1}\right), \tag{10}$$

где $w(t)=\dfrac{N_c\tilde{n}_c\varphi_c(t)}{N_p\tilde{n}_p\varphi_p(t)}$ – отношение мгновенной интенсивности покупок к мгновенной интенсивности поставок товара на рынок. Под интенсивностью покупок (поставок) будем понимать количество товара, покупаемого (поставляемого) за единицу времени. Как видно из формулы (10), зависимость от времени равновесной рыночной цены качественно такая же, как и у функции $w(t)$: увеличение значения $w(t)$ приводит к росту $p(t)$, а уменьшение значения $w(t)$ вызывает спад рыночной цены. Рынок товара может быть таким, что функция $w(t)$ является немонотонной. В этом случае равновесная рыночная цена также является немонотонной функцией времени. Покажем, что такая ситуация вполне реальна. С этой целью выполним численное моделирование формул (9), (10), используя следующие приближения:

$$\varphi_c(t) = I(t\geq 0)\,\mathrm{e}^{-t/\tau_c}/\tau_c; \tag{11}$$

$$\varphi_p(t) = \frac{2}{\pi\tau_p} I(t\geq 0)\,\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{\pi\tau_p^2}}; \tag{12}$$

$$F(p) = 1-\mathrm{e}^{-p/p_0}, \tag{13}$$

где t = 0 – момент начала продаж товара; τ_c – среднее время, прошедшее с начала продаж, в течение которого потребители сохраняют интерес к покупке товара; τ_p – среднее время, прошедшее с начала продаж, в течение которого производители заинтересованы в поставке товара на рынок; p_0 – средняя покупательная способность потребителей.

Формула (11) означает, что моменты времени, в которые потребители совершают покупки, имеют показательный закон распределения. По этой причине мгновенная интенсивность покупок экспоненциально убывает во времени. Формула (12) показывает, что моменты времени поставок товара на рынок имеют нормальный закон распределения, сосредоточенный на неотрицательной части временной оси. Характер зависимости от времени величины $\varphi_p(t)$ таков, что в первые моменты времени после начала продаж товара интенсивность его поставок на рынок практически не меняется, а затем падает, причем гораздо быстрее интенсивности покупок. Покупательная способность потребителей, как следует из (13), имеет показательный закон распределения с параметром p_0: покупательная способность большей части (≈ 63 %) потребителей на рынке не превосходит p_0.

Формулы (9), (11)–(13) приводят к следующей зависимости от времени равновесной рыночной цены:

$$p(t) = p_0 \ln\left(1 + \frac{\pi}{2}\tilde{w}e^{\left(\frac{t^2}{\pi\tau_p^2} - \frac{t}{\tau_c}\right)}\right), \tag{14}$$

где $\tilde{w} = \dfrac{N_c \tilde{n}_c \tau_p}{N_p \tilde{n}_p \tau_c}$ – отношение средней интенсивности покупок к средней интенсивности поставок товара на рынок. На рис. 1 линия *1* представляет собой график функции (14) для некоторых разумных значений параметров p_0, $\tilde{w}$, τ_c и τ_p. Как видим, этот график имеет минимум. Это ожидаемый результат. Как уже говорилось, из (11)–(13) следует, что в первые моменты времени после начала продаж интенсивность покупок уменьшается быстрее, чем интенсивность поставок. На рынке образуется переизбыток товара, и цена на него падает. Но в дальнейшем ситуация меняется: производители товара очень быстро теряют интерес к поставкам его на рынок, а интерес потребителей к этому товару все еще высок. Образуется дефицит товара на рынке, и цена на него растет. Таким образом, в некоторый момент времени равновесная цена достигает своего минимума.

Линия *2* на рис. 1 соответствует ситуации прямо противоположной рассмотренной выше: здесь функция $\varphi_p(t)$ имеет вид показательного закона распределения (11), а функция $\varphi_c(t)$ имеет вид нормального закона распределения (12). В этом случае зависимость от времени равновесной рыночной цены имеет максимум и определяется формулой

$$p(t) = p_0 \ln\left(1 + \frac{2}{\pi}\tilde{w}\mathrm{e}^{\left(\frac{t}{\tau_p} - \frac{t^2}{\pi\tau_c^2}\right)}\right). \tag{15}$$

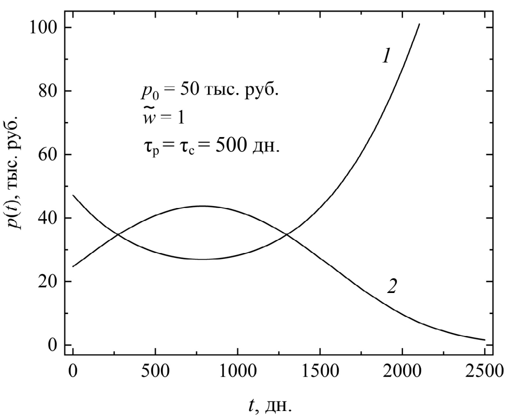

Рис. 1. Зависимость от времени равновесной рыночной цены, рассчитанная по формулам (14) (линия *1*) и (15) (линия *2*)

Анализ динамики равновесной цены на смартфон Apple iPhone 6S Plus 16Gb

Чтобы продемонстрировать эффективность предлагаемой вероятностной модели, применим ее для интерпретации зависимости от времени равновесной рыночной цены на смартфон Apple iPhone 6S Plus 16Gb. Данные по средней цене на этот смартфон в период с сентября 2015 г. по апрель 2018 г. могут быть найдены в [7]. На рис. 2 они представлены точками. При этом, как и на рис. 1, время отсчитывается в днях, начиная с момента старта продаж. Аппроксимируем эти данные вероятностной моделью (9), считая, что $\varphi_c(t)$ и $F(p)$ определяются формулами (11) и (13) соответственно, а моменты времени поставок смартфона на рынок имеют показательное распределение:

$$\varphi_p(t) = I(t \geq 0)\,\mathrm{e}^{-t/\tau_p} \big/ \tau_p .$$

Это означает, что зависимости от времени интенсивности покупок и поставок смартфона на рынок определяются функцией одного и того же вида, отличаясь друг от друга только временными параметрами τ_c и τ_p. При этих предположениях теоретическая зависимость равновесной рыночной цены от времени имеет вид

$$p(t) = p_0 \ln\left(1 + \tilde{w}\,\mathrm{e}^{\left(\frac{1}{\tau_p} - \frac{1}{\tau_c}\right)t}\right). \tag{16}$$

Результат аппроксимации динамики реальной цены на смартфон регрессионной моделью (16) показан сплошной линией на рис. 2. Значения параметров регрессии были подобраны методом наибольшего косинуса [8] и составили

$$p_0 \approx 116 \text{ тыс. руб.}; \ \tilde{w} \approx 1{,}14 ; \ \frac{1}{\tau_p} - \frac{1}{\tau_c} \approx -1{,}95 \cdot 10^{-3}\,\text{дн}^{-1}. \tag{17}$$

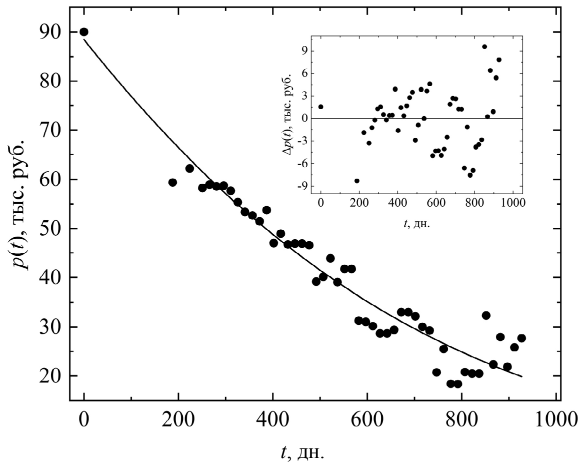

Рис. 2. Зависимость от времени равновесной рыночной цены
на смартфон Apple iPhone 6S Plus 16Gb с сентября 2015 г. по апрель 2018 г.
(точки) и их аппроксимация регрессионной моделью (16)
с набором параметров (17) (сплошная линия).
На вставке приведена динамика разности
между реальной ценой и ее аппроксимацией по формуле (16)

Вставка на рис. 2 показывает, что найденная аппроксимация является хорошей. Во-первых, разность $\Delta p(t)$ между реальной ценой на смартфон и ее значением, рассчитанным по формуле (16) с набором параметров (17), мала по сравнению с $p(t)$: в среднем $\Delta p(t) \approx 0{,}06 p(t)$, а, во-вторых, значения $\Delta p(t)$ хаотично и симметрично разбросаны вокруг уровня $\Delta p(t) \equiv 0$.

Анализ значений регрессионных параметров (17) приводит к следующим выводам:

1) большая часть потребителей на рынке данного смартфона имеет покупательную способность, не превосходящую 116 тыс. руб.;

2) $\widetilde{w} \approx 1$. Это значит, что средняя интенсивность покупок примерно равна средней интенсивности поставок. В этом смысле рынок смартфона Apple iPhone 6S Plus 16Gb является сбалансированным;

3) $\dfrac{1}{\tau_p} - \dfrac{1}{\tau_c} < 0$. Следовательно, потребители утрачивают интерес к покупке этого смартфона в среднем быстрее, чем производители теряют интерес к его поставкам на рынок. Последнее обстоятельство приводит к тому, что смартфонов на рынке всегда немного больше, чем нужно потребителям, поэтому цена на них со временем в среднем монотонно уменьшается.

Заключение

Таким образом, построенная вероятностная модель позволяет решать следующие задачи, возникающие при анализе динамических свойств рынка товара.

1. Рассчитывать временную зависимость среднего мгновенного совокупного спроса (предложения) $\widetilde{Q}_d$ $\left(\widetilde{Q}_s\right)$ с помощью дифференциальных уравнений (6), (7).

2. Определять динамику равновесной рыночной цены на товар с помощью уравнения (8) и его частного решения (9).

3. Исследовать эту динамику на устойчивость.

4. С помощью формул (8)–(16) проводить регрессионный анализ временной зависимости цены на товар и по полученным значениям регрессионных параметров делать вывод о сбалансированности рынка этого товара, а также об эффективности выбранной производителями схемы поставок товара на рынок.

Главной отличительной особенностью этой модели является возможность ее легкой адаптации к реалиям конкретного рынка товара. Для этого необходимо заменить входящие в уравнения (6)–(9) плотности распределения вероятности $\varphi_c(x)$ $\left(\varphi_p(x)\right)$ и $\Phi_c(x)$ $\left(\Phi_p(x)\right)$, а также параметры $\widetilde{n}_c$ $\left(\widetilde{n}_p\right)$ и N_c $\left(N_p\right)$ их эмпирическими оценками, которые могут быть найдены в ходе стандартного статистического исследования этого рынка товара. В результате этого рассчитываемые по формулам (6)–(9) зависимости от времени среднего мгновенного совокупного спроса (предложения) и средней равновесной цены приобретут практическую значимость, т. к. позволят с высокой точностью прогнозировать временную эволюцию значений этих величин на данном рынке товара. Потребитель (производитель) товара, располагающий такими временными зависимостями, сможет принять решение о целесообразности покупки (выпуска) данного товара в те или иные моменты времени, т. е. оптимизировать свои издержки, вызываемые покупкой (производством) этого товара.

Кроме того, построенная модель изначально является стохастической (см. уравнения (2), (3)), поэтому она позволяет определять динамику не только средних значений мгновенного совокупного спроса (предложения) и равновесной цены на товар, но и других вероятностных характеристик этих величин, например дисперсии. Это, в свою очередь, дает возможность производить не только точечное, но и интервальное оценивание динамики мгновенного совокупного спроса (предложения) и равновесной цены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пиндайк Р., Рабинфельд Д.* Микроэкономика. СПб.: Питер, 2011. 608 с.

2. *Вечканов Г. С., Вечканова Г. Р.* Микроэкономика: учебн. для вузов. СПб.: Питер, 2012. 464 с.

3. *Bob Foster M. M. Ir.* Determining Dynamic Market Equilibrium Price Function Using Second Order Linear Differential Equations // International Journal of Humanities and Social Science. 2016. V. 6. N. 11. P. 222–230.

4. *Das S. S., Dalai D. K., Nayak P. Ch.* Delay Differential Equations Using Market Equilibrium // IOSR-JM. 2017. V. 13. N. 6. P. 33–47.

5. *Михеев А. В.* Вероятностная модель спроса на товар и выручки, полученной от реализации товара // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-24: сб. тр. XXIV Междунар. науч. конф. (Пенза, 1–24 апреля 2011 г.). Пенза: Пенз. гос. технол. акад., 2011. Т. 9. С. 12–14.

6. *Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороходов А. В. и др.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.

7. *MobiHobby.ru:* каталог мобильных телефонов. Apple iPhone 6S Plus 16Gb. URL: http: //www. mobi-hobby.ru/phone/apple_iphone_6s_plus_16gb (дата обращения: 10.05.2018).

8. *Михеев А. В., Казаков Б. Н.* Новый метод точечной оценки параметров парной регрессии // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6. № 1. С. 57–77.

Статья поступила в редакцию 10.10.2018

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Михеев Андрей Вячеславович – Россия, 420015, Казань; Казанский национальный исследовательский технологический университет; канд. физ.-мат. наук, доцент; доцент кафедры высшей математики; veehima@gmail.com.

A. V. Mikheev

PROBABILISTIC APPROACH TO MATHEMATICAL DESCRIPTION OF MARKET EQUILIBRIUM

Abstract. The article is focused on a probabilistic model of market equilibrium that allows for the change in time of the market price of the goods. The demand and supply are shown to be fully determined using the following random variables: the points in time of goods delivery to the market by producers; the points in time of goods purchase by consumers; the purchasing power of the consumer; the cost price of the producer's goods. In these terms, there has been derived an equation determining the dependence of the equilibrium market price on time. In the case when the laws of distribution of purchasing power and the cost price of goods coincide, the analytical expression describing the dynamics of the equilibrium market price can be found and the conditions under which this dynamics is stable can be determined. Numerical simulation of the found solution for several particular distribution laws of four above-mentioned random variables was carried out. Within the framework of the proposed model, the time dependence is found that approximates the real price dynamics for the Apple iPhone 6S Plus 16Gb smartphone, which was observed during the period from September 2015 to April 2018. The proposed model possesses practical significance in terms of ability to make decisions on practicability of purchasing (producing) goods in different points of the time, i.e. optimize expenses brought by purchasing (producing) of the goods.

Key words: demand, supply, equilibrium market price, purchasing power, cost price of goods, probability density function, expected value.

REFERENSES

1. Pindaik R., Rabinfel'd D. *Mikroekonomika* [Microeconomics]. Saint-Petersburg, Piter Publ., 2011. 608 p.

2. Vechkanov G. S., Vechkanova G. R. *Mikroekonomika: uchebnik dlia vuzov* [Microeconomics: textbook for higher educational institutions]. Saint-Petersburg, Piter Publ., 2012. 464 p.

3. Bob Foster M. M. Ir. Determining Dynamic Market Equilibrium Price Function Using Second Order Linear Differential Equations. *International Journal of Humanities and Social Science*, 2016, vol. 6, no. 11, pp. 222-230.

4. Das S. S., Dalai D. K., Nayak P. Ch. Delay Differential Equations Using Market Equilibrium. *IOSR-JM*, 2017, vol. 13, no. 6, pp. 33-47.

5. Mikheev A. V. Veroiatnostnaia model' sprosa na tovar i vyruchki, poluchennoi ot realizatsii tovara [Probabilistic model of demand for goods and proceeds from realized goods]. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiiakh – MMTT-24: sbornik trudov XXIV Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii (Penza, 1–24 aprelia 2011 g.).* Penza, Penzenskaia gosudarstvennaia tekhnologicheskaia akademiia, 2011. Vol. 9. Pp. 12-14.

6. Koroliuk V. S., Portenko N. I., Skorokhodov A. V. i dr. *Spravochnik po teorii veroiatnostei i matematicheskoi statistike* [Reference book on theory of probability and mathematical statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 640 p.
7. *MobiHobby.ru: katalog mobil'nykh telefonov. Apple iPhone 6S Plus 16Gb.* Available at: http://www.mobihobby.ru/phone/apple_iphone_6s_plus_16gb (accessed: 10.05.2018).
8. Mikheev A. V., Kazakov B. N. Novyi metod tochechnoi otsenki parametrov parnoi regressii [New method of point estimation of pair regression parameters]. *Komp'iuternye issledovaniia i modelirovanie*, 2014, vol. 6, no. 1, pp. 57-77.

The article submitted to the editors 10.10.2018

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Mikheev Andrej Vyacheslavovich – Russia, 420015, Kazan; Kazan National Research Technological University; Candidate of Physics and Mathematics, Assistant Professor; Assistant Professor of the Department of Higher Mathematics; veehima@gmail.com.