DOI: 10.24143/2072-9502-2018-1-121-128
УДК 511.348

С. И. Чермидов

ПРОЦЕДУРА РЕШЕНИЯ БИНАРНОЙ ПРОБЛЕМЫ ГОЛЬДБАХА – ЭЙЛЕРА НА БАЗЕ ЧИСЕЛ СПЕЦИАЛЬНОГО ТИПА

Множество чисел $\Theta = \{6\lambda \pm 1; \lambda \in N\}$ является полугруппой в силу замкнутости элементов относительно операции умножения. Рассматриваются свойства и представления четных чисел $\zeta > 8$ в виде сумм двух элементов: $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$ из множества Θ. Любое чётное число $\zeta > 8$ сравнимо с одним из чисел $m = (0, 2, -2) \pmod 6$. Согласно перечисленным остаткам m, чётные числа $\zeta > 8$ делятся на 3 вида, и каждый вид имеет свой метод представления сумм из двух элементов множества Θ. Для любого четного числа $\zeta > 8$ на отрезке $[1 \div \nu]$, где ν – параметр чётного числа, доказано, что всегда существует пара чисел $(\lambda_1, \lambda_2) \in \in [1 \div \nu]$, которые являются элементами из объединения множеств: параметров простых чисел близнецов и параметров (простых и составных) чисел множества Θ. Приводится вариант решения бинарной проблемы Гольдбаха – Эйлера для чётных чисел $\zeta > 8$ во множестве простых чисел P. Бинарная проблемы Гольдбаха – Эйлера разрешима и во множестве простых чисел близнецов, если параметры чисел θ_1 и θ_2, т. е. λ_1 и λ_2 принадлежат к дополнению множества $N \setminus FN$, где FN – множество параметров составных чисел множества Θ на отрезке $[1 \div \nu]$.

Ключевые слова: бинарная (сильная) проблема Гольдбаха, алгоритм решения, числа специального типа.

Введение

Интерес к бинарной проблеме Гольдбаха – Эйлера в математике, а также её применение в смежных науках и технологиях актуальны и значимы в криптографии [1, 2]. В последнее 10-летие в области аддитивной теории чисел наблюдались значительные сдвиги, например, в 2013 г. Харальдом Хельфготтом была доказана тернарная проблема Гольдбаха. Бинарная проблема еще не решена, и многие считают, что она недоказуема. Это объясняется тем, что еще не найден закон распределения простых чисел во множестве натуральных чисел N, хотя распределение параметров простых чисел (PN) и составных чисел (CN) на базе полугруппы относительно операции умножения $(\Theta,*) = \{6\lambda \pm 1 / \lambda \in N\}$ уже получено [3], в силу распределения параметров простых и составных чисел множества Θ во множестве натуральных чисел (см. [4, § 3, табл. 2] и программу *PrNb* [3]). Серийные номера $id \in N$ в табл. 2 [4] являются параметрами следующих значащих подмножеств множества Θ:

1. P_{Tw} – множество параметров Tw (простых чисел близнецов) (табл. 2 [4], где F_1 = «+», F_2 = «+»).
2. P_{TwCN} – множество параметров $TwCN$ (составных чисел близнецов) (табл. 2 [4], где F_1 = = «–», F_2 = «–»).
3. P_{PCN} – множество параметров PCN (просто простых и составных) чисел множества Θ (табл. 2 [4], где F_1 = «$\pm$», F_2 = «$\mp$»).

Рассматриваются свойства чётных чисел $\zeta > 8$, $\zeta \equiv m \pmod 6$, где $m = (0, 2, -2)$, и приводятся их представления в виде сумм двух чисел вида $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$. Для любого четного числа $\zeta > 8$ в отрезках $\Lambda_1 = [1 \div \nu \setminus 2]$ и $\Lambda_2 = [\nu \setminus 2 \div \nu]$, где $\nu = (\zeta - m) \setminus 6$ – параметр чётного числа, доказано, что всегда существует пара чисел $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$ таких, что $\lambda_1, \lambda_2 \in P_{Tw} \cup P_{PCN}$. Нахождение возможных пар простых чисел, в сумме равных чётному числу $\zeta > 8$, разрешимо и алгоритмически с помощью программ «*Gold-P»* и «*Gold-T*w» [5] на базе свойств чисел вида $\zeta \equiv r \pmod{12}$. Бинарная проблема Гольдбаха – Эйлера разрешима и во множестве простых чисел близнецов, если параметры чисел вида $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$ лежат в дополнениях, т. е. λ_1 и $\lambda_2 \in \in N \setminus FN$, где множество $FN = FN^- \cup FN^+$ есть объединение параметров составных чисел вида $6\lambda \pm 1$ на отрезке $[1 \div \nu]$ [4, § 2]. Для мощностей множеств FN^-, FN^+, P_{Tw} в отрезках Λ_1 и Λ_2 справедливы следующие неравенства: $|FN^+| \le |P_{Tw} \cup FN^-|$, $|FN^-| \le |P_{Tw} \cup FN^+|$.

Цель работы – доказательство разрешимости диофантова уравнения $\zeta = x + y$ в области целых чисел $Z > 0$, где ζ – любое чётное число большее двух и слагаемые $(x, y) \in P$ – простые числа.

I. Представление чётных чисел $\zeta > 8$ в виде сумм двух элементов из множества Θ

Свойства и представление чётных чисел $\zeta > 8$ в виде сумм двух элементов множества Θ вытекают из следующих лемм:

Лемма 1. Чётные числа $\zeta > 8$ сравнимы с (0 или 2 или –2) (mod 6).

Из формулы четных чисел $\zeta = 2n$, где $n \in N$, имеем $2n / 6 = n / 3$, т. е. число n имеет следующую форму: $3\nu + \alpha$, где $\nu \in N$ и очевидно, что остатки $\alpha = (0, 1, 2)$. Пусть:

1. $\alpha = 0 \rightarrow \zeta = 2n = 2(3\nu + 0) = 6\nu + 0 \rightarrow m = 0$, т. е. делится на 6 с остатком 0.
2. $\alpha = 1 \rightarrow \zeta = 2n = 2(3\nu + 1) = 6\nu + 2 \rightarrow m = 2$, делится на 6 с остатком 2.
3. $\alpha = 2 \rightarrow \zeta = 2n = 2(3\nu + 2) = 6\nu + 4$ или $(\mu = \nu + 1)$ $6\mu - 2 \rightarrow m = -2$ делится на 6 с остатком –2.

Лемма 2. Любое четное число $\zeta > 8$ представимо суммами двух элементов из множества Θ.

Рассмотрим виды разложения четных чисел $\zeta > 8$, сравнимые с остатками (0, 2, –2) (mod 6).

1. $\zeta = 6\nu + 0$, пусть $\nu = \lambda_1 + \lambda_2 \rightarrow \zeta = 6\lambda_1 + 6\lambda_2$ (добавим и отнимем 1) $= (6\lambda_1 + 1) + (6\lambda_2 - 1) = \theta_1^+ + \theta_2^-$.
2. $\zeta = 6\nu + 2$, пусть $\nu = \lambda_1 + \lambda_2 \rightarrow \zeta = 6\lambda_1 + 6\lambda_2 + 2 = (6\lambda_1 + 1) + (6\lambda_2 + 1) = \theta_1^+ + \theta_2^+$ $(\theta_1^+, \theta^+) \in \Theta$.
3. $\zeta = 6\nu - 2$, пусть $\nu = \lambda_1 + \lambda_2 \rightarrow \zeta = 6\lambda_1 + 6\lambda_2 - 2 = (6\lambda_1 - 1) + (6\lambda_2 - 1) = \theta_1^- + \theta_2^-$ $(\theta_1^-, \theta_2^-) \in \Theta$.

Так как подмножество $PCN \subset \Theta$ является объединением множеств просто простых и составных чисел множества Θ, то очевидно, что $P_{PCN} = P_{CN} \cup P_{PN}$, где P_{CN} – множество параметров составных чисел множества Θ [4, формула (8)]) и P_{PN} – множество параметров простых чисел множества Θ [4, формула (10)]), откуда параметры $P_{CN} = FN^+ \cup FN^-$ и $P_{PN} = (FN^- \setminus P_{TwCN}) \cup (FN^+ \setminus P_{TwCN}) = (FN^+ \cup FN^-) \setminus P_{TwCN}$. Итак, $P_{PCN} = (FN^+ \cup FN^-) \setminus P_{TwCN}$.

Следовательно, для элементов $6\lambda \pm 1$ подмножества PCN справедливы следующие утверждения:

$$\begin{array}{l} \text{1. Если параметры } \lambda \in FN^+, \text{ то числа вида } 6\lambda + 1 \text{ составные, а числа вида } 6\lambda - 1 \text{ – простые.} \\ \text{2. Если параметры } \lambda \in FN^-, \text{ то числа вида } 6\lambda - 1 \text{ составные, а числа вида } 6\lambda + 1 \text{ – простые.} \end{array} \quad (1)$$

Из табл. 2 [3] заметим, что каждому серийному номеру $id \in \boldsymbol{N}$ (по построению) соответствуют элементы подмножеств $(Tw, TwCN, PCN) \subset \Theta$. Тогда мы вправе утверждать, что любое число $n \in \boldsymbol{N}$ есть параметр одного из перечисленных подмножеств множества $\boldsymbol{\Theta}$, т. е.

$$N = P_{Tw} \cup P_{TwCN} \cup P_{PCN}. \quad (1')$$

Поскольку параметры составных чисел близнецов PT_wCN лежат на пересечениях образов функций (5) [4], то число их параметров на отрезке $[1 \div N]$ по определению пересечения множеств будет меньше, чем число образов самих функций. Следовательно, на отрезке $[1 \div N]$ для параметров подмножеств T_w, T_wCN, PCN выполнимо следующее неравенство:

$$P_{TwCN} < P_{PCN} \cup P_{Tw}. \quad (2)$$

Рассмотрим по аналогии к остаткам $m = (0, 2, -2)$ разложение чётных чисел $\zeta > 8$ в виде сумм $\theta_1 + \theta_2$. Пусть параметры $(\lambda$ и $\nu) \in N$, добавим к чётным числам типа $\zeta = 6\nu + m$ и отнимем от них числа вида $6\lambda \pm 1$.

α) Для чисел вида $\zeta = 6\nu + 0$, где параметр $\nu = (\zeta - 0) \setminus 6$, имеем: $6\nu + 0 + (6\lambda - 1) - (6\lambda - 1) = (6\lambda - 1) + (6(\nu - \lambda) + 1)$. И точно так же для чисел вида $6\lambda + 1$ имеем: $6\nu + 0 + (6\lambda + 1) - (6\lambda + 1) = (6\lambda + 1) + (6(\nu - \lambda) - 1)$. Обозначим параметры слагаемых соответственно $\lambda_1 = \lambda$ и $\lambda_2 = \nu - \lambda_1$, следовательно, чётные числа, делящиеся нацело на 6, имеют следующий вид:

$$6\nu + 0 = (6\lambda - 1) + (6(\nu - \lambda) + 1) = (6\lambda_1 - 1) + (6\lambda_2 + 1)$$

или

$$6\nu + 0 = (6\lambda + 1) + (6(\nu - \lambda) - 1) = (6\lambda_1 + 1) + (6\lambda_2 - 1). \quad (3)$$

Выполнимо и следующее тождество:

$$(6\lambda - 1) + (6(\lambda + 2) + 1) = (6\lambda + 1) + (6(\lambda + 2) - 1). \quad (3')$$

Пусть $\zeta = 96$, $6\nu = 96$, $\nu = [96 \setminus 6] = 16$, при $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 16 - 1 = 15$ из (3) $\rightarrow \theta_1^- = 5$, $\theta_2^+ = 91$ или $\theta_1^+ = 7$, $\theta_2^- = 89$.

β) Для чисел вида $\zeta = 6\nu + 2$, где параметр $\nu = (\zeta - 2) \setminus 6$, имеем: $6\nu + 2 + (6\lambda + 1) - (6\lambda + 1) = (6\lambda + 1) + (6(\nu - \lambda) + 1)$. Обозначим параметры слагаемых соответственно $\lambda_1 = \lambda$ и $\lambda_2 = \nu - \lambda_1$, значит, чётные числа $\zeta > 8$ имеют вид

$$6\nu + 2 = (6\lambda + 1) + 6(\nu - \lambda) + 1) = (6\lambda_1 + 1) + (6\lambda_2 + 1). \qquad (4)$$

Выполнимо также и тождество

$$(6\lambda + 1) + (6(\lambda + 3) + 1) = (6(\lambda + 1) + 1) + (6(\lambda + 2) + 1). \qquad (4')$$

Пусть $\zeta = 98$, $6\nu + 2 = 98$, $\nu = [(98 - 2) \setminus 6] = 16$, при $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 14$ из (4) $\to \theta_1^+ = 13$, $\theta_2^+ = 85$, $\zeta = \theta_1^+ + \theta_2^+$.

γ) Для чётных чисел вида $\zeta = 6\nu - 2$, где параметр $\nu = (\zeta + 2) \setminus 6$, имеем: $6\nu - 2 + (6\lambda - 1) - (6\lambda - 1) = (6\lambda - 1) + (6(\nu - \lambda) - 1)$.

Обозначим параметры слагаемых: $\lambda_1 = \lambda$ и $\lambda_2 = \nu - \lambda_1$, следовательно, чётные числа $\zeta > 8$ вида

$$6\nu - 2 = (6\lambda - 1) + (6(\nu - \lambda) - 1) = (6\lambda_1 - 1) + (6\lambda_2 - 1). \qquad (5)$$

Выполнимо также и тождество

$$(6\lambda - 1) + (6(\lambda + 3) - 1) = (6(\lambda + 1) - 1) + (6(\lambda + 2) - 1). \qquad (5')$$

Пусть $\zeta = 100$, $6\nu - 2 = 100$, $\nu = [(100 + 2) \setminus 6] = 17$, при $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 14$ из (5) $\to \theta_1^- = 17$, $\theta_2^- = 83$, $\zeta = \theta_1^- + \theta_2^-$.

Из свойств **α)**, **β)**, **γ)** следует, что чётные числа $\zeta > 8$ представимы суммами $(6\lambda_1 \pm 1) + (6\lambda_2 \pm 1)$, где $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 = (\nu - \lambda_1) \in \Lambda_2$ и параметр любого чётного числа ($\zeta > 8$) равен

$$\nu = (\zeta - m) \setminus 6. \qquad (6)$$

II. Бинарная (сильная) проблема Гольдбаха – Эйлера

Разложение четных чисел $\zeta \le 8$ на сумму двух простых чисел проверяется непосредственно, поэтому рассмотрим решение бинарной или сильной проблемы Гольдбаха – Эйлера для чётных чисел $\zeta > 8$.

Предварительно введём определение и докажем ряд лемм.

Определение. Для чисел вида $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$ величины λ_1 и λ_2 назовём соответствующими параметрами чётного числа $\zeta > 8$, если $\lambda_1 \in \Lambda_1$, $\lambda_2 = (\nu - \lambda_1) \in \Lambda_2$ и $\zeta = \theta_1 + \theta_2$.

Например, найти соответствующие параметры чётного числа $\zeta = 30$. Так как число $30 \equiv 0 \pmod 6$, то параметр чётного числа $\nu = (30 - 0) / 6 = 5$, следовательно, параметры $\lambda_1 \in \Lambda_1 = [1, 2]$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2 = [3, 4, 5]$.

1. $\lambda_1 = 1$ и $\lambda_2 = \nu - \lambda_1 = 5 - 1 = 4 \to \theta_1 = 6 \cdot 1 - 1 = 5$ и $\theta_2 = 6 \cdot 4 + 1 = 25$ или $\theta_1 = 6 \cdot 1 + 1 = 7$ и $\theta_2 = 6 \cdot 4 - 1 = 23$. Так как $5 + 25 = 7 + 23 = 30$, то соответствующие параметры $(\lambda_1; \lambda_2) = (1; 4)$.

2. $\lambda_1 = 2$ и $\lambda_2 = \nu - \lambda_1 = 5 - 2 = 3 \to \theta_1 = 6 \cdot 2 - 1 = 11$ и $\theta_2 = 6 \cdot 3 + 1 = 19$ или $\theta_1 = 6 \cdot 2 + 1 = 13$ и $\theta_2 = 6 \cdot 3 - 1 = 17$. Так как $11 + 19 = 13 + 17 = 30$, то соответствующие параметры $(\lambda_1; \lambda_2) = (2; 3)$.

Итак, четное число $\zeta = 30$ имеет два соответствующих параметра: $(\lambda_1; \lambda_2) = \{(1; 4), (2; 3)\}$.

Лемма 3. Для любого чётного числа $\zeta > 8$ в отрезках Λ_1 и Λ_2 всегда существует пара чисел $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 = (\nu - \lambda_1) \in \Lambda_2$, которые принадлежат объединению множеств $P_{Tw} \cup P_{PCN}$ и являются искомыми соответствующими параметрами чётного числа.

Доказательство. Параметры составных чисел близнецов являются возрастающими, поскольку пересечение образов функций (5) [4] возрастающие, тогда в отрезках Λ_1 и Λ_2, естественно, они будут различными. Так как в отрезке Λ_1 натуральные числа начинаются с параметров простых чисел близнецов $P_{Tw} = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 17, 18, 23, 25, 30, ...\}$, то все элементы промежутка Λ_1, очевидно, не могут быть параметрами составных чисел близнецов. Пусть все элементы отрезка Λ_2 являются параметрами составных чисел близнецов, тогда по (2) имеем противоречие, ибо суммарное число элементов P_{TwCN} на отрезке $[1 \div \nu]$ может быть больше, чем число элементов $P_{PCN} \cup P_{Tw}$. Значит, допущение неверное, т. е. в отрезках Λ_1 и Λ_2 число параметров $|P_{TwCN}| < |P_{Tw} \cup P_{PCN}|$. Если в Λ_1 число параметров составных чисел близнецов $|P_{TwCN}|$ равно k_1 и в Λ_2 равно k_2, то в Λ_1 число параметров $|P_{Tw} \cup P_{PCN}|$ будет $\delta_1 = (\nu \setminus 2 - k_1)$, а в Λ_2: $\delta_2 = (\nu \setminus 2 - k_2)$. Пусть $k_1 < k_2$, очевидно, что $\delta_1 > \delta_2$. Пусть параметры $({}^1\lambda_1, {}^2\lambda_1, ..., {}^{k1}\lambda_1) \in \Lambda_1 \in P_{TwCN}$, и допустим, что (для усиления утверждения Леммы 3) соответствующие им параметры $({}^1\lambda_2, {}^2\lambda_2, ..., {}^{k1}\lambda_2)$ в Λ_2 являются элементами $P_{Tw} \cup P_{PCN}$. Тогда число параметров $|P_{Tw} \cup P_{PCN}|$ в отрезке Λ_2**:** $\delta_2 = (\nu \setminus 2 - k_2) - k_1 = \nu \setminus 2 - (k_1 + k_2)$, где $(k_1 + k_2)$ показывает число соответствующих параметров, один из которых – параметр составного числа близнеца $TwCN$ на отрезке $[1 \div \nu]$. Поскольку в отрезках Λ_1 и Λ_2 число параметров составных чисел близнецов меньше, чем число элементов $|P_{Tw} \cup P_{PCN}|$, то, естественно, всегда в Λ_1 и Λ_2 найдётся пара чисел $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$ такие, что $(\lambda_1$ и $\lambda_2) \in P_{Tw} \cup P_{PCN}$ и являются соответствующими параметрами четного числа $\zeta > 8$.

Лемма 4. В отрезке $[1 \div v]$, где $v \in N$ число элементов $|P_{Tw} \cup FN^-| \geq |FN^+|$ и $|P_{Tw} \cup FN^+| \geq FN^-|$.

Доказательство. Из содержания процедуры построения табл. 1 [4] очевидно, что элементы множеств $FN^+ = Jm\, f_{11}(x, y) \cup Jm\, f_{12}(x, y)$ и $FN^- = Jm\, f_{21}(x, y) \cup Jm\, \mathbf{f}_{22}(x, y)$ в каждой строке порождают по 2 элемента, т. е. в отрезке $[1 \div \nu]$ число элементов $|FN^+| \sim |FN^-|$. Потому справедливы неравенства $|P_{Tw} \cup FN^-| \geq |FN^+|$ и $|P_{Tw} \cup FN^+| \geq |FN^-|$.

Теорема 1*. Любое четное число $\zeta > 8$ разложимо на сумму двух простых чисел.*

Доказательство. Так как рассматриваются чётные числа $\zeta > 8$, то из (6) следует, что значения параметров чётных чисел $\nu \geq 1$, ибо при остатках $m = (0, 2, -2)$ выражение $[(\zeta - m) / 6] \geq 1$. Тогда, по аналогии к остаткам m, четные числа $\zeta > 8$ представимы суммами $\theta_1 + \theta_2$, где $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$ и параметр $\lambda_2 = \nu - \lambda_1$.

По видам разложений четных чисел $\zeta > 8$ (Лемма 2) или по свойствам **α)**, **β)**, **γ)** имеем следующие структуры соответствующих форм разложения чётных чисел $\zeta > 8$:

$$\begin{aligned} &\text{а) } \zeta = 6\nu + 0\text{: } \theta_1 = \{6\lambda_1 \pm 1 / \lambda_1 \in \Lambda_1\} \text{ и } \theta_2 = \{6\lambda_2 \pm 1 / \lambda_2 \in \Lambda_2\};\\ &\text{б) } \zeta = 6\nu + 2\text{: } \theta_1 = \{6\lambda_1 + 1 / \lambda_1 \in \Lambda_1\} \text{ и } \theta_2 = \{6\lambda_2 + 1 / \lambda_2 \in \Lambda_2\};\\ &\text{в) } \zeta = 6\nu - 2\text{: } \theta_1 = \{6\lambda_1 - 1 / \lambda_1 \in \Lambda_1\} \text{ и } \theta_2 = \{6\lambda_2 - 1 / \lambda_2 \in \Lambda_2\}. \end{aligned} \tag{7}$$

Исследуем элементы отрезка $[1 \div \nu]$ на принадлежность к множествам P_{Tw}, P_{TwCN}, P_{PCN} и выясним, при каких значениях параметров $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$ из перечисленных множеств числа вида $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$ являются простыми и при каких составными. Поскольку при элементах P_{TwCN} числа θ_1 и θ_2 всегда являются составными, то они не рассматриваются. Однако, по Лемме 3, существуют всегда элементы $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$ такие, что $\lambda_1, \lambda_2 \in P_{Tw} \cup P_{PCN}$, тогда $\lambda_1, \lambda_2 \in P_{Tw} \cup (FN^- \cup FN^+) \setminus P_{TwCN}$. Следовательно, остаётся проверить элементы $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$ на принадлежность к множествам P_{Tw} и $FN^- \cup FN^+$ с удаленными параметрами составных чисел близнецов во всем отрезке $[1 \div \nu]$. Имеем:

A. $\lambda_1 \in P_{Tw}$ и $\lambda_2 \in P_{Tw}$. Тогда слагаемые θ_1 и θ_2 чётного числа $\zeta > 8$ являются простыми числами, как составляющие элементы простых чисел близнецов $\theta_1 = (p_1 = 6\lambda_1 - 1$ и $p_1 = 6\lambda_1 + 1)$ и $\theta_2 = (p_2 = 6\lambda_2 - 1$ и $p_2 = 6\lambda_2 + 1)$. Следовательно, согласно соответствующим формам в (7), имеем $\zeta = p_1 + p_2$.

B. $\lambda_1 \in P_{Tw}$ и $\lambda_2 \in (FN^- \cup FN^+)$. Пусть параметр $\lambda_1 \in P_{Tw}$, значит, слагаемое θ_1 есть простое число как составляющие элементы простых чисел близнецов $\theta_1 = (p_1 = 6\lambda_1 - 1$ и $p_1 = 6\lambda_1 + 1)$. И второе слагаемое $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$ по формуле (1) в одном из вариантов форм $\theta_2 = (p_2 = 6\lambda_2 - 1$ или $p_2 = 6\lambda_2 + 1)$ есть простое число. Тогда, прибавляя к полученному простому числу $\theta_2 = p_2$ простое число $\theta_1 = p_1$ (по аналогии с соответствующей формой из (7)), получаем $\zeta = p_1 + p_2$.

C. $\lambda_1 \in (FN^- \cup FN^+)$ и $\lambda_2 \in P_{Tw}$, т. е. случай обратный **B**.

D. $\lambda_1 \in (FN^- \cup FN^+)$ и $\lambda_2 \in (FN^- \cup FN^+)$. Тогда, для того чтобы слагаемое θ_1 чётного числа $\zeta > 8$, в зависимости от соответствующей формы определенное в (7) и по (1), было простым числом, достаточно установить принадлежность параметра λ_1 к одному из множеств *(*FN^- или FN^+). Для слагаемого θ_2, параметр которого $\lambda_2 = \nu - \lambda_1$ на отрезке $[1 \div \nu]$ могут соответствовать, очевидно, параметры P_{Tw} или опять элементы из множества $(FN^- \cup FN^+)$. Если $\lambda_2 \in P_{Tw}$, то проблем нет, иначе по тождествам (3'), (4') и (5') соответственно по типу четного числа $6\nu + m$ определяется следующий параметр λ_1, который, очевидно, является элементом либо P_{Tw}, либо $FN^- \cup FN^+$**.** Но поскольку по Лемме 4 число параметров $|P_{Tw} \cup FN^{-}| \geq |FN^{+}|$ и $|P_{Tw} \cup FN^{+}| \geq |FN^{-}|$, то в Λ_1 и Λ_2 повторится один из пунктов (**A**, **B**, **C**).

Итак, разложение четного числа $\zeta > 8$ на сумму двух чисел $\zeta = \theta_1 + \theta_2$, где числа вида $\theta_1 = (6\lambda_1 \pm 1)$ и $\theta_2 = (6\lambda_2 \pm 1)$, параметры которых $\lambda_1, \lambda_2 \in P_{Tw} \cup P_{PCN}$ в любом из перечисленных вариантов (**A**, **B**, **C**, **D**), всегда приводят к формам $6\lambda_1 \pm 1$ и $6\lambda_2 \pm 1$ простых чисел. И поскольку сумма чисел $\theta_1 + \theta_2$ четна либо $6(\lambda_1 + \lambda_2)$, либо $6(\lambda_1 + \lambda_2) \pm 2$, то бинарная проблема Гольдбаха – Эйлера ($\zeta = p_1 + p_2$) в любом случае решается *положительно.*

III. Процедура разложения чётного числа $\zeta > 8$ на суммы двух простых чисел

В силу Леммы 2 представление четных чисел $\zeta > 8$ в виде сумм двух элементов $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$ всегда выполнимо, но поскольку числа θ_1 и θ_2 могут быть и составными, и простыми, то проблема разложения четного числа $\zeta > 8$ на сумму двух простых чисел, очевидно, усложняется. Однако, по Лемме 3, в отрезках Λ_1 и Λ_2 всегда существуют параметры λ_1 и $\lambda_2 \in$ $\in (P_{Tw} \cup P_{PCN})$, такие, что числа θ_1 и θ_2 в одном из вариантов (**A**, **B**, **C**, **D**) являются простыми числами, тогда разложение четного числа $\zeta > 8$ на сумму двух простых чисел выполнимо. Из нижеследующих процедур легко и просто определить все возможные пары простых чисел, которые в сумме равны четному числу ζ.

1. ***Распознавание типа чётного числа $\zeta > 8$.***

Определение форм слагаемых в разложении $\zeta = \theta_1 + \theta_2$.

Определение типа $6\nu + m$ четного числа $\zeta > 8$ производится путём деления четного числа ζ на 6. И установление форм слагаемых $\theta_1 + \theta_2 = \zeta$ производится согласно типам четного числа в (7).

2. ***Вычисление ν (параметра четного числа $\zeta > 8$).***

Вписывание элементов множеств P_{TwCN}, P_{Tw} и P_{PCN}, лежащих на отрезке [$1 \div \nu$].

Вычисление значения параметра ν четного числа $\zeta > 8$ производится по формуле $\nu = (\zeta - m) / 6$. И поскольку по (1') элементы отрезка $[1 \div \nu]$ являются параметрами следующих множеств: P_{Tw} [4, табл. 5], P_{TwCN} [4, табл. 6] и $P_{PCN} = (FN^{-} \cup FN^{+}) \setminus P_{TwCN}$ [4, табл. 1], где множества $FN^{+} = Jm\, f_{11}(x, y) \cup Jm\, f_{12}(x, y)$ и $FN^{-} = Jm\, f_{21}(x, y) \cup Jm\, f_{22}(x, y)$. Вписывание элементов множеств P_{TwCN}, P_{Tw}, P_{PCN} берутся из соответствующих таблиц работы [4] от 1 до $\leq \nu$.

3. ***Расписывание элементов $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$.***

Принадлежность элементов в промежутках Λ_1 и Λ_2 к множествам P_{TwCN}, P_{Tw} и P_{PCN} производится следующим образом:

– параметры простых чисел близнецов P_{Tw} (подчеркиваются снизу);
– параметры составных чисел близнецов P_{TwCN} (в левом верхнем углу числа ставится знак «*»);
– параметры чисел FN^{+} (в левом верхнем углу числа ставится знак «+»);
– параметры чисел FN^{-} (в левом верхнем углу числа ставится знак «–»).

4. ***Выбор соответствующих пар параметров $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$*** По значениям параметров $\lambda_1 \in \Lambda_1$ определяются соответствующие параметры $\lambda_2 \in \Lambda_2$ по типу: $\lambda_2 = \nu - \lambda_1$. В соответствующих парах параметров $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$, если хотя бы один из параметров со звёздочкой, то пара не рассматривается, ибо соответствующие им числа θ_1 и θ_2 составные числа [4, формула (9)]. Вычеркиваем все такие пары чисел из отрезка $[1 \div \nu]$. Для оставшихся пар параметров получим из вариантов (**A**, **B**, **C**, **D**) простые числа.

5. ***Исследование и проверка значений слагаемых $\theta_1 + \theta_2 = \zeta$ на простоту.***

Выбрав соответствующие пары параметров $\lambda_1 \in \Lambda_1$ и $\lambda_2 \in \Lambda_2$, проводим анализ на их принадлежность к одной из групп (**A**, **B**, **C**, **D**) сочетаний из подмножеств P_{Tw}, P_{TwCN}, P_{PCN}, приведенных в Теореме 1.

Проверка полученных значений слагаемых θ_1 и θ_2 на простоту выполняется Primality $6\kappa \pm 1$ [4, § 8] или любой таблицей простых чисел ($p \geq 5$).

Приведем числовые примеры для реализации описанной процедуры.

Пример 1. Пусть чётное число $\zeta = 360$**.** Вычислим остаток m от деления четного числа ζ на 6. По Лемме 1 найдём тип четного числа $6\nu + 0$, и по (7), соответственно, имеем строку (7, а). Установим формы слагаемых в разложении чётного числа $\zeta > 8$, имеем числа вида $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ и $\theta_2 = 6\,\lambda_2 \pm 1$.

Вычисляем параметр четного числа по формуле $\nu = (\zeta - m) / 6$, где остаток $m = 0$, откуда $\nu = 60$. Выпишем элементы подмножеств $P_{TwCN}, P_{Tw}, P_{PCN}$ из соответствующих таблиц на отрезке $[1 \div 60]$:

$P_{TwCN} = \{20, 24, 31, 34, 36, 41, 48, 50, 54, 57\}$ [4, табл. 6].

$P_{TW} = Ch = N \setminus FN = \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 17, 18, 23, 25, 30, 32, 33, 38, 40, 45, 47, 52, 58\}$ [4, табл. 5].

$FN^{-} = \{6, 11, 13, 16, {}^{*}20, 21, {}^{*}24, 26, 27, {}^{*}31, {}^{*}34, 35, {}^{*}36, 37, {}^{*}41, 46, {}^{*}48, {}^{*}50, 51, {}^{*}54, 55, 56, {}^{*}57\}$ [4, табл. 1].

$FN^{+} = \{4, 8, 9, 14, 15, 19, {}^{*}20, 22, {}^{*}24, 28, 29, {}^{*}31, {}^{*}34, {}^{*}36, 39, {}^{*}41, 42, 43, 44, {}^{*}48, 49, {}^{*}50, 53, {}^{*}54, 55, {}^{*}57, 59, 60\}$.

Разложим элементы соответствующих пар параметров $\lambda_1 \in [1 \div 30]$, $\lambda_2 \in [30 \div 60]$ с учетом их принадлежности к множествам параметров P_{Tw}, P_{TwCN} и P_{PCN} согласно пункту 3 в разделе III.

$\Lambda_1 = \{\underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, {}^{+}4, \underline{5}, {}^{-}6, \underline{7}, {}^{+}8, {}^{+}9, \underline{10}, {}^{-}11, \underline{12}, {}^{-}13, {}^{+}14, {}^{+}15, {}^{-}16, \underline{17}, \underline{18}, {}^{+}19, {}^{*}20, {}^{-}21, {}^{+}22, \underline{23}, {}^{*}24, \underline{25}, {}^{-}26, {}^{-}27, {}^{+}28, {}^{+}29, \underline{30}\}$.

$\mathbf{\Lambda}_2 = \{{}^{*}31, \underline{32}, \underline{33}, {}^{*}34, {}^{-}35, {}^{*}36, {}^{-}37, \underline{38}, {}^{+}39, \underline{40}, {}^{*}41, {}^{+}42, {}^{+}43, {}^{+}44, \underline{45}, {}^{-}46, \underline{47}, {}^{*}48, {}^{+}49, {}^{*}50, {}^{-}51, \underline{52}, {}^{+}53, {}^{*}54, {}^{-}55, {}^{-}56, {}^{*}57, \underline{58}, {}^{+}59, {}^{+}60\}$.

Количество соответствующих пар параметров (λ_1, λ_2): $\mathbf{\Pi}_{\text{sum}} = [\nu \setminus 2] = [60 \setminus 2] = 30$ и, естественно, что при параметрах чисел P_{TwCN} соответствующие слагаемые являются составными. Потому необходимо будет выбрать из Λ_1 и Λ_2 те параметры, которые принадлежат к объединению множеств $P_{Tw} \cup P_{PCN} = P_{Tw} \cup (FN^{+} \cup FN^{-}) \setminus P_{TwCN}$. Например, пусть значения параметров:

1. $\lambda_1 = 2 \in P_{Tw}$, $\lambda_2 = 58 \in P_{Tw}$: α. $6\lambda_1 - 1 = 11 \in PN^{-}$, $6\lambda_2 + 1 = 349 \in PN^{+}$ β. $6\lambda_1 + 1 = 13 \in PN^{+}$, $6\lambda_2 + 1 = 347 \in PN^{-}$.
2. $\lambda_1 = 25 \in P_{Tw}$, $\lambda_2 = 35 \in FN^{-}$: α. $6\lambda_1 - 1 = 149 \in PN^{-}$, $6\lambda_2 + 1 = 211 \in PN^{+}$ β. $6\lambda_1 + 1 = 151 \in PN^{+}$, $6\lambda_2 - 1 = 209 \in CN^{-}$.
3. $\lambda_1 = 5 \in P_{Tw}$, $\lambda_2 = 55 \in FN^{+}$: α. $6\lambda_1 - 1 = 29 \in PN^{-}$, $6\lambda_2 + 1 = 331 \in CN^{+}$ β. $6\lambda_1 + 1 = 31 \in PN^{+}$, $6\lambda_2 - 1 = 329 \in PN^{-}$.
4. $\lambda_1 = 46 \in FN^{-}$, $\lambda_2 = 14 \in FN^{+}$: α. $6\lambda_1 - 1 = 275 \in CN^{-}$, $6\lambda_2 + 1 = 85 \in CN^{+}$ β. $6\lambda_1 + 1 = 277\ PN^{+}$, $6\lambda_2 - 1 = 83 \in PN^{-}$.
5. $\lambda_1 = 39 \in FN^{+}$, $\lambda_2 = 21 \in FN^{-}$: α. $6\lambda_1 - 1 = 233 \in PN^{-}$, $6\lambda_2 + 1 = 127 \in PN^{+}$ β. $6\lambda_1 + 1 = 235 \in CN^{+}$, $6\lambda_2 - 1 = 125 \in CN^{-}$.

Поскольку на отрезке $[1 \div 30]$ параметры $\lambda_1 = 1, 2, 23, \ldots \in P_{Tw}$, тогда числа вида $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ простые как числа близнецы, т. е. $(5 \leftrightarrow 7,\ 11 \leftrightarrow 13,\ 137 \leftrightarrow 139)$, и соответствующий параметр $\lambda_2 \in [30 \div 60]$ в одном из вариантов форм $\theta_2 = 6\lambda_2 - 1$, либо $\theta_2 = 6\lambda_2 + 1$ есть простое число в силу (1). Итак, 360 разложимо на суммы простых чисел: $11 + 349$, $13 + 347$, $149 + 211$, $29 + 331$, $277 + 83$, $233 + 127$.

Пример 2. Пусть чётное число $\zeta = 362$. Вычислим остаток m от деления четного числа ζ на 6, по Лемме 1 найдём тип четного числа $6\nu + 2$, по (7), соответственно, имеем строку (7, б). Установим формы слагаемых в разложении чётного числа $\zeta > 8$, имеем числа вида $\theta_1 = 6\lambda_1 + 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 + 1$. Вычислим параметр четного числа по формуле $\nu = (\zeta - m) / 6$, где остаток $m = 2$, откуда $\nu = 60$. Выписываем элементы подмножеств $P_{TwCN}, P_{Tw}, P_{PCN}$ из соответствующих таблиц на отрезке $[1 \div 60]$. Очевидно, что значения параметров множеств $P_{Tw}, P_{TwCN}, FN^{-}, FN^{+}$ и Λ_1, Λ_2 остаются неизменными, как и в Примере 1, но т. к. числа здесь однотипные, то для того чтобы θ_1^{+} и θ_2^{+} были простыми, необходимо, чтобы параметры λ_1 и λ_2 брались из множеств P_{Tw} или $FN^{-} \setminus P_{TwCN}$.

1. $\lambda_1 = 23 \in P_{Tw}$, $\lambda_2 = 37 \in FN^{-}$: β. $6\lambda_1 + 1 = 139 \in PN^{+}$, $6\lambda_2 + 1 = 223 \in PN^{+}$.
2. $\lambda_1 = 27 \in FN^{-}$, $\lambda_2 = 33 \in P_{Tw}$: β. $6\lambda_1 + 1 = 163 \in PN^{+}$, $6\lambda_2 + 1 = 199 \in PN^{+}$.
3. $\lambda_1 = 46 \in FN^{+}$, $\lambda_2 = 14 \in FN^{-}$: β. $6\lambda_1 + 1 = 277 \in PN^{+}$, $6\lambda_2 + 1 = 85 \in CN^{+}$.
4. $\lambda_1 = 47 \in P_{Tw}$, $\lambda_2 = 13 \in FN^{-}$: β. $6\lambda_1 + 1 = 283 \in PN^{+}$, $6\lambda_2 + 1 = 79 \in PN^{-}$.

Итак, число $\zeta = 362$ разложимо на суммы двух простых чисел: $139 + 223$, $163 + 199$, $283 + 79$.

Пример 3. Пусть чётное число $\zeta = 364$. Вычислим остаток m от деления четного числа ζ на 6, по Лемме 1 найдём тип четного числа $6\nu - 2$ и по (7), соответственно, имеем строку (7, в). Установим формы слагаемых в разложении чётного числа $\zeta > 8$, имеем числа вида $\theta_1 = 6\lambda_1 - 1$ и $\theta_2 = 6\lambda_2 - 1$. Вычислим параметр четного числа по формуле $\nu = (\zeta - m) / 6$, где остаток $m = -2$, откуда $\nu = 61$. Тогда значения параметров множеств $P_{Tw}, P_{TwCN}, FN^{-}, FN^{+}$ и Λ, Λ_2 остаются почти неизменными, как и в Примере 1, только к параметрам добавляется еще число 61, т. е. отрезок $[1 \div 61]$.

Поскольку и здесь числа одного вида, то для того, чтобы числа вида θ_1^- и θ_2^- были простыми числами, очевидно, по Лемме 3, параметры λ_1 и λ_2 должны принадлежать к одному из множеств – P_{Tw} или $FN^+ \setminus P_{TwCN}$.

1. $\lambda_1 = 2 \in P_{Tw}$, $\lambda_2 = 59 \in FN^+$: α. $6\lambda_1 - 1 = 11 \in PN^-$, $6\lambda_2 - 1 = 353 \in PN^-$.

2. $\lambda_1 = 19 \in FN^+$, $\lambda_2 = 42 \in FN^+$: α. $6\lambda_1 - 1 = 113 \in PN^-$, $6\lambda_2 - 1 = 251 \in PN^+$.

3. $\lambda_1 = 46 \in FN^-$, $\lambda_2 = 15 \in FN^+$ α. $6\lambda_1 - 1 = 275 \in CN^-$, $6\lambda_2 - 1 = 89 \in PN^-$. Итак, число $\zeta = 362$ разложимо на суммы двух простых чисел: 11 + 353, 113 + 251.

В примерах 2 и 3 имеем однотипные числа θ_1 и θ_2. И так как неравенство (2) всегда выполнимо на Λ_1 и Λ_2, то элементы множеств P_{Tw}, FN^- и FN^+ присутствуют всегда в Λ_1 и Λ_2. Потому справедливость бинарной проблемы Гольдбаха – Эйлера в целом остается справедливой для всех четных чисел $\zeta > 8$.

Заключение

Комплексное исследование бинарной проблемы Гольдбаха – Эйлера, включающее теоретическое исследование, её программное обеспечение и численный анализ, позволило дать полную картину о представлении и о свойствах чётных чисел $\zeta > 8$. Любое чётное число $\zeta > 8$ имеет форму $\zeta = 6\nu + m$, где $\nu = (\zeta - m) \setminus 6$ параметр четного числа. Чётные числа $\zeta > 8$ представимы суммами двух элементов $\theta_1 = 6\lambda \pm 1$ и $\theta_2 = 6(\nu - \lambda) \pm 1$ соответственно по остаткам $m = (0, 2, -2)$. Доказано, что для любого четного числа $\zeta > 8$ на отрезке $[1 \div \nu]$ всегда существует пара чисел $\lambda_1 \in [1 \div \nu \setminus 2]$ и $\lambda_2 \in [\nu \setminus 2 \div \nu]$ таких, что оба являются элементами из множества объединений параметров простых чисел близнецов и параметров простых и составных чисел множества Θ, т. е. $\lambda_1, \lambda_2 \in P_{Tw} \cup (FN^+ \cup FN^-) \,/\, P_{TwCN}$. Доказано, что любое четное число $\zeta > 8$ разлагается на сумму двух простых чисел, и т. к. разложение четных чисел $\zeta \leq 8$ проверяется непосредственно, то бинарная проблема Гольдбаха – Эйлера для четных чисел $\zeta > 2$ доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Прахар К.* Распределение простых чисел. М.: Мир, 1967. 511 с.
2. *Крэндалл Р., Померанс К.* Простые числа. Криптографические и вычислительные аспекты. М.: УРСС: Книжный дом «Либроком», 2011. 664 с.
3. *Чермидов С. И.* Распределение простых чисел. Алгоритм чисел близнецов и их бесконечность // Научный журнал КубГАУ. 2015. № 110 (06). С. 414–436. URL: http://ej.kubagro.ru/2015/06/pdf/28.pdf.
4. *Чермидов С. И.* Распределение простых и составных чисел и их алгоритмические приложения // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. 2017. № 3. С. 48–64. DOI: 10.24143/2072-9502-2017-3-48-64.
5. *Чермидов С. И.* Бинарная проблема Гольдбаха – Эйлера в множестве $\Theta = \{6K + 1 \,/\, K \in N\}$ // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2016. № 5 (ч. 2). С. 207–215. DOI: 10.17513/mjpfi.9223.
6. *Чермидов С. И.* Гипотеза Лежандра (3-я проблема Ландау). Бесконечность близнецов составных чисел // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2016. № 1 (ч. 2). С. 135–143. URL: https://www.applied-research.ru/pdf/2016/1-2/8336.pdf. DOI: 10.17513/mjpfi.8336.

Статья поступила в редакцию 24.10.2017

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Чермидов Сергей Иванович – Россия, 350040, Краснодар; Кубанский государственный университет; соискатель кафедры прикладной математики; chermidov.sergei@mail.ru.

S. I. Chermidov

PROCEEDURE FOR SOLVING GOLDBACH-EULER PROBLEM USING THE NUMBERS OF A SPECIAL TYPE

Abstract. Since the elements are closed, the set $\Theta = \{6\lambda \pm 1; \lambda \in N\}$, is a semigroup with respect to the operation of multiplication. The paper focuses on presenting even numbers $\zeta > 8$ in the form of sums of two elements: $\theta_1 = 6\lambda_1 \pm 1$ and $\theta_2 = 6\lambda_2 \pm 1$ from the set Θ. Any even number $\zeta > 8$ is comparable with one of the numbers $m = (0, 2, -2)$, according to (mod 6). According to the remnants listed m, even numbers $\zeta > 8$ are divided into 3 types. Each type has its own way of presenting sums in the form of two elements from the set Θ. For any even number $\zeta > 8$ on the segment $[1 \div \nu]$ there is always at least a pair of numbers $(\lambda_1, \lambda_2) \in [1 \div \nu]$, that both are elements from the union of sets: the parameters of the prime numbers (twins) and the parameters (composite and prime) of numbers Θ. A variant of the solution of Goldbach - Euler conjecture for even numbers $\zeta > 8$ is given on the set of primes P. Goldbach - Euler conjecture is also solvable in the set of prime numbers (twins), if the parameters of numbers θ_1 and θ_2, i.e. λ_1 and λ_2 belong to the set $N \setminus FN$, where FN is the set of parameters of the composite numbers Θ on the segment $[1 \div \nu]$.

Key words: Goldbach – Euler binary problem, algorithm for solving, numbers of a special type.

REFERENCES

1. Prashar K. *Primzahlverteilung*. Springer, Berlin, 1957. 527 p. (Russ. ed.: Prakhar K. Raspredelenie prostykh chisel. Moscow, Mir Publ., 1967. 511 p.).

2. Crandall R., Pomerance C. *Prime Numbers: A Computational Perspective*. New York: Springer-Verlag, 2001. 545 p. (Russ. ed.: Krendall R., Pomerans K. Prostye chisla. Kriptograficheskie i vychislitel'nye aspekty. Moscow, URSS: Knizhnyi dom «Librokom», 2011. 664 p.).

3. Chermidov S. I. Raspredelenie prostykh chisel. Algoritm chisel bliznetsov i ikh beskonechnost' [Distribution of prime numbers. Algorithm of twin numbers and their infinity]. *Nauchnyi zhurnal KubGAU*, 2015, no. 110 (06), pp. 414-436. Available at: http://ej.kubagro.ru/2015/06/pdf/28.pdf.

4. Chermidov S. I. Raspredelenie prostykh i sostavnykh chisel i ikh algoritmicheskie prilozheniia [Distribution of the prime and composite numbers and their algorithmic applications]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriia: Upravlenie, vychislitel'naia tekhnika i informatika*, 2017, no. 3, pp. 48-64. DOI: 10.24143/2072-9502-2017-3-48-64.

5. Chermidov S. I. Binarnaia problema Gol'dbakha – Eilera v mnozhestve $\Theta = \{6K + 1/K \in N\}$ [Binary Goldbach-Euler problem in the set $\Theta = \{6K \pm 1/K \in N\}$]. *Mezhdunarodnyi zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovanii*, 2016, no. 5 (part 2), pp. 207-215. DOI: 10.17513/mjpfi.9223.

6. Chermidov S. I. Gipoteza Lezhandra (3-ia problema Landau). Beskonechnost' bliznetsov sostavnykh chisel [Hypothesis Legendre (3rd problem Landau). The infinity of twins of composite numbers]. *Mezhdunarodnyi zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovanii*, 2016, no. 1 (part 2), pp 135-143. Available at: https://www.applied-research.ru/pdf/2016/1-2/8336.pdf. DOI: 10.17513/mjpfi.8336.

The article submitted to the editors 24.10.2017

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Chermidov Sergey Ivanovich – Russia, 350040, Krasnodar, Kuban State University, Candidate for a Scientific Degree of the Department of Applied Mathematics; chermidov.sergei@mail.ru.