

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

DOI: 10.24143/2072-9502-2017-2-7-13  
УДК 615.477:796.012

А. А. Кулик

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ БИОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОТЕЗА БЕДРА<sup>1</sup>

Цель исследования – разработка математического аппарата, описывающего законы изменения электрических сигналов в нервных окончаниях нижних конечностей человека и управление движением протеза бедра. Приведена структурная схема системы управления биоэлектрическим протезом бедра, основными элементами которой являются исполнительный механизм, устройство управления и блок первичной информации. Описаны существующие математические модели движения протезирующих устройств и управляющих сигналов центральной нервной системы человека и на их базе разработана математическая модель управления движением биоэлектрического протеза бедра. Особенность предлагаемой модели заключается в наличии функции, характеризующей передачу сигналов от центральной нервной системы человека к исполнительному механизму. Результаты исследования могут быть использованы в процессе программно-аппаратной реализации биоэлектрических протезов с учетом физических особенностей пользователей, создания их алгоритмического обеспечения, исследования электрических и динамических характеристик.

**Ключевые слова:** биоэлектрический протез бедра, математическое моделирование, центральная нервная система человека, система управления

### Введение

С середины XX в. ведутся работы по созданию и совершенствованию биоэлектрических протезов, особенностью которых является наличие системы управления, формирующей сигнал управления приводом пропорционально нейроимпульсам нервных окончаний человека. На рис. 1 представлена структурная схема системы управления биоэлектрическим протезом нижних конечностей человека [1].

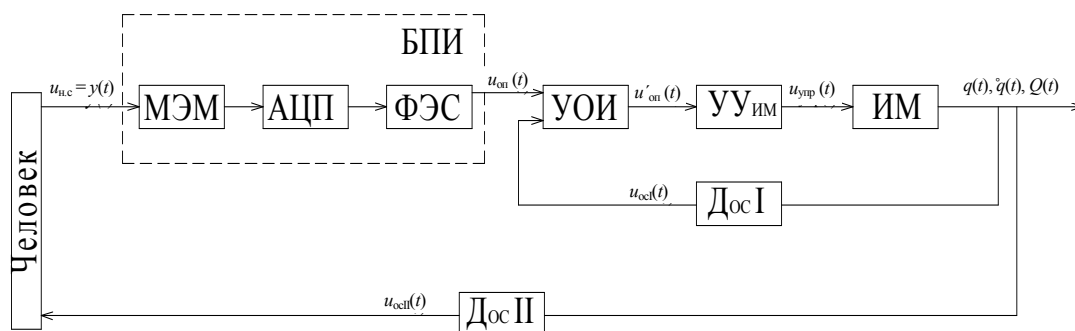


Рис. 1. Система управления биоэлектрическим протезом бедра человека:

МЭМ – микроэлектродный массив; АЦП – аналогоцифровой преобразователь; ФЭС – фильтр электрических сигналов; БПИ – блок первичной информации; УОИ – устройство обработки информации; УУ<sub>ИМ</sub> – устройство управления исполнительным механизмом; ИМ – исполнительный механизм; Дос I, Дос II – датчики обратной связи;  $u_{nc} = y(t)$  – сигнал нервной системы человека;  $u_{on}(t)$  – опорный сигнал БПИ;  $u'_{on}(t)$  – сигнал с УОИ;  $u_{упр}(t)$  – управляющий сигнал;  $q(t), \dot{q}(t), Q(t)$  – кинематические и динамические переменные перемещения ИМ;  $u_{oc}(t), u_{ocII}(t)$  – сигналы с совокупности датчиков обратной связи Дос I, Дос II

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ 162908221-2016.

Согласно рис. 1, электрический сигнал с микроэлектродного массива поступает на вход блока управления, который формирует управляющий сигнал электропривода в соответствии с заданной программой движения человека. Затем электропривод осуществляет перемещение свободного сочленения протеза на заданную величину, коррекция которой осуществляется в блоке управления по сигналам с датчиков обратной связи.

Таким образом, основным элементом системы является блок управления, который формирует сигналы управления электроприводом, необходимые для реализации заданной программы движения биоэлектрического протеза. Именно поэтому в процессе проектирования подобных устройств достаточно большое внимание уделяется созданию программно-аппаратного обеспечения системы управления протезом, способного реализовать его движение в соответствии с естественным перемещением человека. Одним из ключевых этапов разработки программного обеспечения системы управления является разработка алгоритма движения протеза, записанного в виде программного кода в память блока управления. Основным в алгоритме является использование закона перемещения исполнительного механизма протеза, который характеризует динамику его движения. Следует отметить, что закон управления целесообразно получить на основе результатов математического моделирования преобразования электрического сигнала с нервных окончаний человека в механическое воздействие исполнительного механизма относительно свободного сочленения биоэлектрического протеза.

**Целью исследования** являлась разработка математического аппарата, описывающего законы изменения сигналов с нервных окончаний нижних конечностей человека и управление движением протеза бедра.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Исследовать и проанализировать существующие математические модели изменения электрических сигналов в нервных окончаниях человека, а также модель движения протеза.
2. Разработать математическую модель закона управления движением биоэлектрического протеза бедра с учетом сигналов, формируемых нервной системой человека.
3. Провести численное моделирование полученного закона управления.

## **I. Исследование математических моделей движения протезирующих устройств и управляющих сигналов центральной нервной системы человека**

Известно, что центральная нервная система человека формирует электрические сигналы, которые вызывают сокращение мышечной системы, приводящее к двигательной активности человека. Природа сигнала обусловлена достаточно сложным биологическим процессом, зависящим от физиологических особенностей организма человека.

С середины 20-х гг. XX столетия ученые всего мира активно исследуют формирование электрических сигналов центральной нервной системой человека, в том числе с помощью математического аппарата. Следует отметить большой вклад таких российских и зарубежных ученых, как А. Ю. Шнейдер, Е. А. Широкова, Э. Борисов, В. Зарезанков, Г. Ройфман, С. Mottis, Н. Lecar, J. L. Hindmarsh, R. M. Rose [2–4], в развитие нового направления в науке, названного биофизикой. В рамках биофизики изучаются физические процессы, протекающие в живых организмах. Основными составляющими являются биомеханика и исследование электрических процессов в тканях живого организма. Сочетание этих двух направлений позволяет разработать математическую модель движения биоэлектрического протеза бедра.

В работе [5] представлена зависимость напряжения, формируемого нервными окончаниями человека, от разности потенциалов нервных импульсов:

$$E(t) = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} \left[ \left( m_i \cdot k l_i \cdot k_{4i} \int_0^t h_{\text{п.д.о.в.}}(t-\tau) x(\tau) d\tau \right) f(i, j) \right],$$

где  $k_1$  – коэффициент, характеризующий проводимость контакта кожа-электрод;  $k_2$  – коэффициент, учитывающий проводимость слоя подкожного жира;  $k_3$  – коэффициент, учитывающий влияние регистрирующей системы;  $k_{4i}$  – коэффициент, учитывающий положение отдельной двигательной единицы относительно регистрирующего электрода;  $h_{\text{п.д.о.в.}}(t-\tau)$  – импульсная характери-

стика, характеризующая форму волны потенциала действия отдельного волокна;  $m_i$  – количество мышечных волокон в двигательных единицах в мышце  $M_i$ ;  $kl_i$  – коэффициент, учитывающий общую плотность расположения мышечных волокон в двигательной единице;  $x(\tau)$  – точечный процесс;  $E(t)$  – регистрируемый электромиографический сигнал;  $n_j$  – количество двигательных единиц в мышце  $M_j$ ;  $f(i, j)$  – функция, определяющая принадлежность мышечного волокна двигательной единице  $i$ .

Преимуществом представленной модели является простота математического описания физического процесса формирования нервной системой человека управляющего сигнала. Кроме того, в модели учитывается влияние основных факторов на сигнал управления биоэлектрическим протезом бедра.

С учетом того, что преобразование электрических сигналов нервной системы человека в управляющие сигналы электропривода осуществляется программным методом, рассматриваемая математическая модель может быть принята в качестве исходной для управления движением биоэлектрического протеза нижних конечностей человека. Как правило, сигнал, формируемый на нервных окончаниях человека, имеет гармоническое распределение. При перемещении здорового человека значение уровня амплитуды этого сигнала должно быть постоянным в течение всего цикла движения, поэтому в качестве опорного сигнала запуска системы управления движением протеза, поступающего с входа микроэлектродного массива, примем  $E(t) = \text{const}$ .

Важной задачей при разработке математической модели управления движением биоэлектрического протеза бедра является также получение данных о динамике его движения, которые позволяют определить значения сигнала управления исполнительным механизмом. Известно, что этот сигнал непосредственно связан с динамическими характеристиками протеза. Так, изменение значений напряжения на обмотках электропривода имеет следующий вид [6]:

$$\bar{U}_{\text{дв}} = \frac{R_{\text{я}}}{k_{\text{в}} k} \bar{M}(t) + \frac{1}{k} [(k_{\omega} + k_{\text{в}}) \bar{q}(t) + \bar{q}(t)], \quad (1)$$

где  $\bar{U}_{\text{дв}}(t)$  – сигнал управления электроприводом;  $\bar{M}(t)$  – закон изменения момента относительно шарнирных соединений протеза;  $\bar{q}(t)$ ,  $\bar{q}(t)$  – законы изменения траектории и скорости движения сочленений протеза;  $R_{\text{я}}$  – активное сопротивление якоря;  $k_{\text{м}}$  – коэффициент электромагнитного момента электропривода;  $k$  – коэффициент усиления электропривода;  $k_{\omega}$  – коэффициент постоянной электродвижущей силы двигателя;  $k_{\text{в}}$  – коэффициент пропорциональности между скоростью вращения электропривода и ее погрешностью.

Для определения значений сигнала управления исполнительным механизмом протеза бедра необходимо вычислить момент вращения, развиваемый на его выходном валу. В настоящее время существует большое количество работ, посвященных исследованию динамики движения человека, антропоморфных роботов и шагающих механизмов [7–9]. Наличие модели движения человека с биоэлектрическим протезом позволит исследовать динамику его перемещения и определить кинематические и динамические переменные, необходимые для программной реализации алгоритма функционирования протеза.

В качестве исходной может быть использована математическая модель из работы [10]:  
– для фазы опоры:

$$\begin{aligned} \{I_1 + m_1 a_1^2 + (m_2 + m_3) l_1^2\} \ddot{\theta}_1 + \{m_2 l_2 l_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)\} \ddot{\theta}_2 - (G_1 a_1 + G_2 l_1) \sin \theta_1 &= M_1 - M_2; \\ \{m_2 l_1 a_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_3 l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)\} \ddot{\theta}_1 + [I_2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2] \ddot{\theta}_2 - G_2 a_2 \sin \theta_2 &= M_2; \end{aligned}$$

– для фазы переноса:

$$\begin{aligned} (I_2 + m_2 b_2^2 + m_1 l_2^2) \ddot{\theta}_2 + \{m_1 l_2 b_1 \cos(\theta_2 - \theta_1)\} \ddot{\theta}_1 + (G_2 b_2 + G_1 b_1) \sin \theta_2 &= M_2 - M_1; \\ \{m_1 l_2 b_1 \cos(\theta_3 - \theta_2)\} \ddot{\theta}_2 + (I_1 + m_1 b_1^2) \ddot{\theta}_1 + G_1 b_1 \sin \theta_1 &= M_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $m_1, m_2$  – соответствующие массы звеньев;  $l_1, l_2$  – расстояния между суставами;  $a_1, a_2$  – расстояния между центрами тяжести звена и соответствующего сустава;  $b_1, b_2$  – расстояния между центрами тяжести звена и соответствующей точкой опоры;  $G_1, G_2$  – вес звеньев;  $M_1, M_2$  – суставные моменты;  $\theta_1, \theta_2$  – угловые координаты, измеренные от вертикали.

На рис. 2, 3 представлены зависимости изменения моментов вращения в коленном и голеностопном сочленениях, полученные на базе исходной математической модели движения протеза бедра.

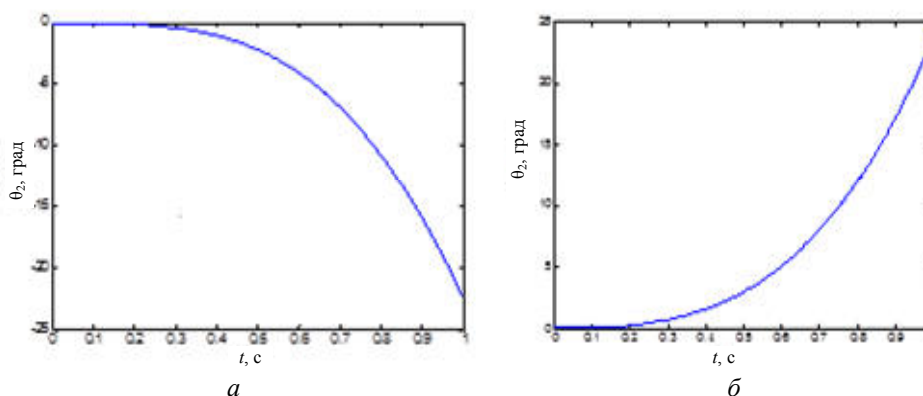


Рис. 2. Зависимость  $\theta_2 = f(t)$  для коленного сустава: *а* – фаза опоры; *б* – фаза переноса

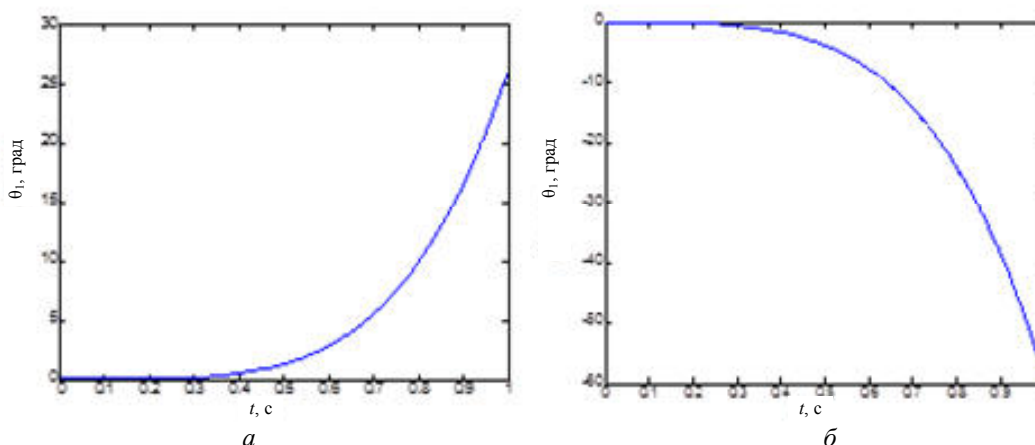


Рис. 3. Зависимость  $\theta_1 = f(t)$  для голеностопного сустава: *а* – фаза опоры; *б* – фаза переноса

Из зависимостей модели движения биоэлектрического протеза бедра на рис. 2, 3 видно, что максимальное отклонение коленного сустава в фазах опоры и переноса составляет не более  $25^\circ$ ; максимальное отклонение для голеностопного шарнира в фазе опоры составляет не более  $25^\circ$  и в фазе переноса – не более  $60^\circ$ . На базе полученных зависимостей углов вращения шарниров протеза, данных изменения электрического сигнала, формируемого центральной нервной системой человека, и выражения (1) можно разработать математическую модель управления движением биоэлектрического протеза бедра.

## II. Разработка математической модели управления движением биоэлектрического протеза бедра

В процессе программно-аппаратной реализации работы биоэлектрического протеза бедра возникает необходимость в согласовании сигналов, формируемых центральной нервной системой человека, относительно сигналов управления исполнительного механизма протеза. Такая задача может быть решена программными методами преобразования исходного сигнала, фор-

мируемого нервной системой человека, в электрический сигнал управления исполнительным механизмом.

Согласно структурной схеме системы управления биоэлектрическим протезом бедра, изменение электрических сигналов, характеризующих передачу управляющего воздействия от центральной нервной системы к исполнительному механизму протеза в процессе перемещения человека, можно представить функцией, имеющей следующий вид:

$$k_y(t) = \frac{\frac{R_y}{k_M k} \bar{M}(t) + \frac{(R_w + R_v)}{k} \ddot{q}(t) + \dot{q}(t)}{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} \left[ \left( m_i \cdot k l_i \cdot k_{4i} \int_0^t h_{п.д.о.в.}(t-\tau) x(\tau) d\tau \right) f(i, j) \right]} \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что функция  $k_y(t)$  представляет собой соотношение между изменением электрического сигнала управления исполнительным механизмом протеза бедра и сигнала, формируемого устройством в нервных окончаниях бедра человека. Зависимость  $k_y(t)$  позволяет выполнить преобразование сигнала, формируемого центральной нервной системой человека, в электрический сигнал управления исполнительным механизмом протеза бедра, что реализуется его программно-аппаратными средствами.

На базе исходных данных (раздел I), можно определить закон изменения функции  $k_y(t)$ . Результаты численного моделирования изменения значений функции  $k_y(t)$  для фаз опоры и переноса коленного сустава представлены на рис. 4.

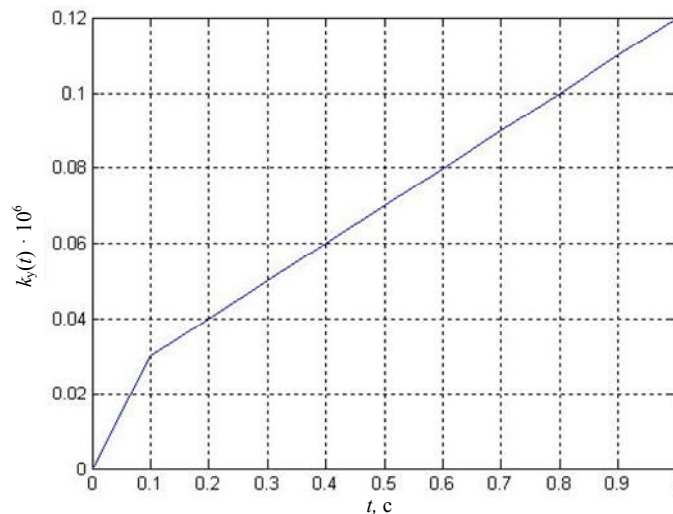


Рис. 4. Изменение значений функции  $k_y(t)$

Согласно рис. 4, функция  $k_y(t)$  имеет возрастающий характер, что свидетельствует о необходимости усиления входного сигнала блока управления приводом. На промежутке времени  $[0; 0,1]$  функция  $k_y(t)$  имеет резко возрастающий характер, что объясняется наличием переходных процессов в исполнительном механизме биоэлектрического протеза бедра. Полученный результат позволит реализовать заданный закон движения биоэлектрического протеза с учетом физических особенностей пользователя с последующим его применением в алгоритмах управления движением устройств подобного класса.

**Выводы**

Таким образом, в ходе исследования получены следующие результаты:

- проведен анализ динамики движения биоэлектрического протеза бедра человека;
- проведен анализ изменения управляющего сигнала, формируемого центральной нервной системой человека;
- разработана модель, характеризующая изменение сигнала управления исполнительным механизмом биоэлектрического протеза бедра, выраженное в форме функции  $k_y(t)$ .

Дальнейшие исследования устройств подобного класса должны быть ориентированы на создание методик построения их программно-аппаратного обеспечения, имеющих соответствующий математический аппарат.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Большаков А. А., Кулик А. А., Глазков В. П.* Разработка биоэлектрической системы управления протезом бедра человека // Изв. Санкт-Петербург. технол. ин-та (техн. ун-та). 2015. № 29 (55). С. 89–93.
2. *Борисов Э., Зарезанков В., Ройфман Г.* Анализатор биоэлектрических сигналов // Протезирование и протезостроение. 1975. Вып. 34. С. 15–21.
3. *Широкова Е. А., Шнейдер А. Ю., Соловьев Л. С.* Использование искусственных обратных связей для биоэлектрических протезов // Ортопедия, травматология и протезирование. 1969. № 2. С. 14–17.
4. *Бринкен Н. О., Грушвицкий А. А., Пономарев В. А.* Мобильная система регистрации биосигналов головного мозга // Биомедицинская радиоэлектроника. 2016. № 1. С. 19–25.
5. *Пильщиков Д. Р.* Современные системы управления протезами. Конструкции электродов и усилителей биосигналов // Электроника: наука, технология, бизнес. 2009. № 4. С. 2–10.
6. *Воробьев Е. И., Попов С. А., Шевелева Г. И.* Кинематика и динамика // Механика промышленных роботов / под ред. К. В. Фролова, Е. И. Воробьева. Кн. 1. М.: Высш. шк., 1988. 304 с.
7. *Охоцимский Д. Е., Голубев Ю. Ф.* Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука, 1984. 310 с.
8. *Вукобратович М.* Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. М.: Наука, 1976. 544 с.
9. *Ашапкина М. С., Алпатов А. В., Чекушин А. А.* Алгоритм определения типов двигательной активности человека // Биомедицинская радиоэлектроника. 2016. № 6. С. 82–88.
10. *Глазков В. П., Кулик А. А.* Математическая модель движения протезов и протезируемых систем для нижних конечностей человека // Междунар. науч. конф. «Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-23» (Саратов, июнь 2010 г.): сб. тр. Саратов, 2010. С. 141–143.

Статья поступила в редакцию 03.03.2017

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

**Кулик Алексей Анатольевич** – Россия, 410500, Саратов; Саратовский государственный технический университет имени Ю. А. Гагарина; канд. техн. наук; доцент кафедры автоматизации, управления, мехатроники; kulikalekse@yandex.ru.



*A. A. Kulik*

#### MATHEMATIC SIMULATION OF BIOELECTRIC HIP PROsthESIS MOVEMENT

**Abstract.** The purpose of the study was to develop a mathematical mechanism which could describe laws of changing electrical signals in nerve fibers in man's lower extremities and hip prosthesis movement. The article presents a schematic diagram of the bioelectric hip prosthesis control system, main elements of which are an actuator, a control device, and a primary data unit. There are

given actual mathematical models of prostheses movement and control signals of man's central nervous system; on their base was designed the mathematical model controlling bioelectric hip prosthesis movement. A specific feature of the model offered is that the model has a function to characterize a signal transfer from the central nervous system to the actuator of prosthesis. The research results can be applied in the course of hardware and software implementation of bioelectric prostheses, taking into account physical abilities of the users, creating specific algorithms, studying electric and dynamic characteristics of these devices.

**Key words:** bioelectrical hip prosthesis, mathematical simulation, man's central nervous system, control system.

#### REFERENCES

1. Bol'shakov A. A., Kulik A. A., Glazkov V. P. Razrabotka bioelektricheskoi sistemy upravleniia protezom bedra cheloveka [Developing bioelectric system for man's hip prosthesis movement control]. *Izvestiia Sankt-Peterburgskogo tekhnologicheskogo instituta (tekhnicheskogo universiteta)*, 2015, no. 29 (55), pp. 89-93.
2. Borisov E., Zarezankov V., Roifman G. Analizator bioelektricheskikh signalov [Analyzer of bioelectric signals]. *Protezirovaniie i protezostroenie*, 1975, iss. 34, pp. 15-21.
3. Shirokova E. A., Shneider A. Iu., Solov'ev L. S. Ispol'zovanie iskusstvennykh obratnykh sviazei dlia bioelektricheskikh protezov [Use of artificial feedback for bioelectric prostheses]. *Ortopediia, travmatologiia i protezirovaniie*, 1969, no. 2, pp. 14-17.
4. Brinken N. O., Grushvitskii A. A., Ponomarev V. A. Mobil'naia sistema registratsii biosignalov golovnogo mozga [Mobile system for brain signals registration]. *Biomeditsinskaia radioelektronika*, 2016, no. 1, pp. 19-25.
5. Pil'shchikov D. R. Sovremennye sistemy upravleniia protezami. Konstruktsii elektrodov i usilitelei biosignalov [Modern systems of prostheses control. Design of electrodes and signal amplifiers]. *Elektronika: nauka, tekhnologiia, biznes*, 2009, no. 4, pp. 2-10.
6. Vorob'ev E. I., Popov S. A., Sheveleva G. I. *Kinematika i dinamika* [Kinematics and dynamics]. Mekhanika promyshlennykh robotov. Pod redaktsiei K. V. Frolova, E. I. Vorob'eva. Kniga 1. Moscow, Vysshiaia shkola Publ., 1988. 304 p.
7. Okhotsimskii D. E., Golubev Iu. F. *Mekhanika i upravlenie dvizheniem avtomaticheskogo shagaiushchego apparata* [Mechanics and control of an automatic walking mechanism]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 310 p.
8. Vukobratovic M. *Legged Locomotion Robots and Anthropomorphic Mechanisms*. Pupin Institute, Belgrade, 1975. 346 p. (Russ. ed.: Vukobratovich M. *Shagaiushchie roboty i antropomorfnye mekhanizmy*. Moscow, Nauka Publ., 1976. 544 p.).
9. Ashapkina M. S., Alpatov A. V., Chekushin A. A. Algoritm opredeleniia tipov dvigatel'noi aktivnosti cheloveka [Algorithm of determining types of man's locomotor activity]. *Biomeditsinskaia radioelektronika*, 2016, no. 6, pp. 82-88.
10. Glazkov V. P., Kulik A. A. *Matematicheskaiia model' dvizheniia protezov i proteziruemykh sistem dlia nizhnikh konechnostei cheloveka* [A mathematical model of the motion of prostheses for man's lower extremities]. *Mezhdunarodnaia nauchnaia konferentsiia «Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiiakh – MMTT-23 (Saratov, iun' 2010 g.)* [International scientific conference "Mathematical methods in technics and technologies – MMTT-23 (Saratov, June 2010)]: sbornik trudov. Saratov, 2010. P. 141-143.

The article submitted to the editors 03.03.2017

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

**Kulik Aleksey Anatol'evich** – Russia, 410500, Saratov; Yuri Gagarin State Technical University of Saratov; Candidate of Technical Sciences; Assistant Professor of the Department of Automatization, Control, Mechatronics; kulikalekse@yandex.ru.

