

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 004.942

*М. В. Хамутова, В. А. Кушников*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОСЛЕДСТВИЙ НАВОДНЕНИЙ

Разработана математическая модель системной динамики для прогнозирования характеристик наводнений, влияющих на величину ущерба. Построен граф причинно-следственных связей, существующих между моделируемыми характеристиками наводнений. Математическая модель для прогнозирования характеристик наводнений описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. Численное решение системы уравнений получено с помощью метода Рунге – Кутты 4-го порядка точности. Проведены вычислительные эксперименты, позволяющие на различных временных интервалах определить моделируемые характеристики. Сравнение характеристик, рассчитанных по модели, с их реальными значениями подтверждает адекватность математической модели. Полученные результаты могут быть использованы при разработке информационных систем прогнозирования последствий наводнения для оперативно-диспетчерского персонала МЧС.

**Ключевые слова:** математическая модель, системная динамика, прогнозирование последствий наводнений.

### Введение

Согласно докладу комиссии Организации Объединенных Наций [1], ущерб от стихийных бедствий природного характера, в частности наводнений, с годами только растет, а экономические потери от последствий наводнений приводят к снижению объема валового внутреннего продукта. Для выбора комплекса мероприятий по минимизации ущерба целесообразно осуществить прогноз основных характеристик наводнений, влияющих на величину ущерба. Данные характеристики выбраны согласно ГОСТ [2], и их величина влияет на степень тяжести последствий наводнений для населения, экономики, сельского хозяйства и т. д.

Существующие модели прогнозирования не позволяют определить совокупность характеристик наводнения [2], влияющих на величину ущерба, ввиду большого количества нелинейных обратных связей между ними. Все это приводит к уменьшению точности прогнозирования, что негативно влияет на процессы ликвидации последствий наводнений в условиях чрезвычайной ситуации. В связи с этим целью нашего исследования стала разработка математической модели прогнозирования последствий наводнений, основанной на формальном аппарате системной динамики, который учитывает причинно-следственные связи между моделируемыми характеристиками.

### Математическая модель

При разработке математической модели в качестве прогнозируемых характеристик были выбраны:  $X_1$  – численность группировки сил, участвующих в аварийно-спасательных работах;  $X_2$  – количество жилых домов, разрушенных и поврежденных в результате наводнения;  $X_3$  – численность населения, эвакуированного из зоны затопления;  $X_4$  – количество погибших;  $X_5$  – протяженность железных и автомобильных дорог, оказавшихся в зоне затопления;  $X_6$  – количество промышленных предприятий в зоне наводнения;  $X_7$  – количество транспортных средств, участвующих в аварийно-спасательных работах;  $X_8$  – численность населения в зоне затопления;  $X_9$  – площадь сельскохозяйственных угодий, охваченных наводнением;  $X_{10}$  – количество погибших сельскохозяйственных животных.

Графически модель системной динамики представляется ориентированным графом, вершины которого – моделируемые переменные и управляющие воздействия, а исходящие и входящие дуги характеризуют функциональные связи между ними (рис. 1).

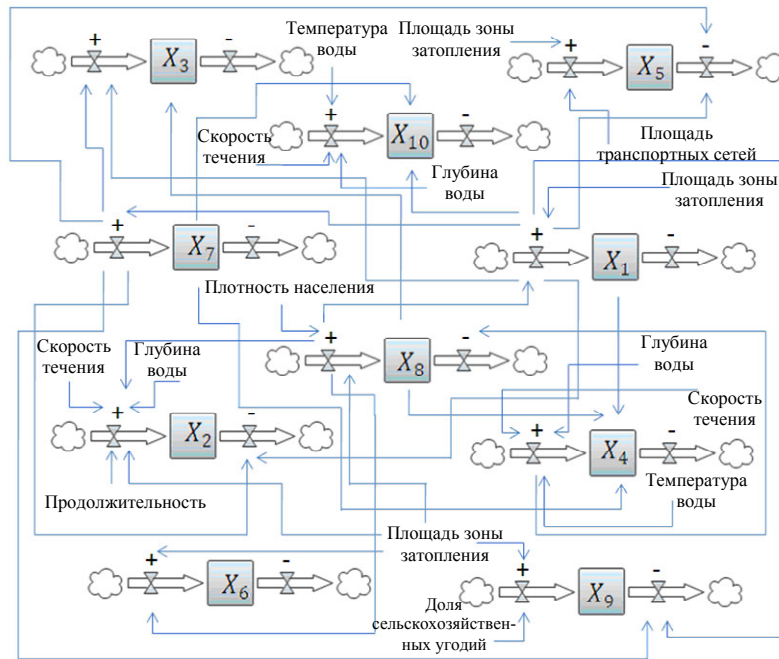


Рис. 1. Ориентированный граф причинно-следственных связей

В описании объекта моделирования используется система нелинейных дифференциальных уравнений 1-го порядка, описывающих моделируемые характеристики:

$$\frac{dX_i(t)}{dt} = f_i(X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где  $f_i, i = \overline{1, n}$  – непрерывные или кусочно-непрерывные функции. Учитывая ориентированный граф причинно-следственных связей между моделируемыми характеристиками и возмущениями внешней среды, а также исследования, представленные в работах [3–6], общий вид математической модели, используемой для прогнозирования характеристик последствий наводнений, можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dX_1(t)}{dt} = f_1(S(t), X_8(t)), \\ \frac{dX_2(t)}{dt} = f_2(F(t), G(t), S(t), X_8(t), t), \\ \frac{dX_3(t)}{dt} = f_3(X_8(t), X_1(t), X_7(t)), \\ \frac{dX_4(t)}{dt} = f_4(F(t), G(t), T(t), X_8(t), X_7(t), X_1(t)), \\ \frac{dX_5(t)}{dt} = f_5(A(t), S(t)), \\ \frac{dX_6(t)}{dt} = f_6(S(t), X_8(t)), \\ \frac{dX_7(t)}{dt} = f_7(X_1(t)), \\ \frac{dX_8(t)}{dt} = f_8(D(t), S(t)), \\ \frac{dX_9(t)}{dt} = f_9(I(t), S(t)), \\ \frac{dX_{10}(t)}{dt} = f_{10}(F(t), G(t), T(t), S(t), X_1(t), X_7(t)), \end{cases} \quad (2)$$

где  $A(t)$  – плотность транспортных сетей в зоне затопления;  $D(t)$  – плотность населения;  $F(t)$ ,  $G(t)$ ,  $T(t)$  – средняя скорость течения, глубина и температура воды соответственно;  $I(t)$  – доля площади сельскохозяйственных угодий;  $S(t)$  – площадь зоны затопления. Функции  $f_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  представляют собой полиномы невысоких степеней, коэффициенты которых определяются по статистическим данным на этапе адаптации разработанного математического обеспечения к особенностям функционирования моделируемого объекта. При отсутствии статистически значимой информации, необходимой для расчета  $f_i$ , предлагается пользоваться соответствующими зависимостями из нижеприведенной таблицы, а по мере накопления статистики перейти (при необходимости) к выражению  $f_i$  в виде полинома.

Аналитический вид функций  $f_i$

Функция	Вид функции
$f_1$	$\begin{cases} k_1 \sqrt{S(t)X_8}, S(t) > \varepsilon \\ 0, S(t) \leq \varepsilon \end{cases}$
$f_2$	$\begin{cases} k_2 F(t)G(t)t\sqrt[3]{S(t)X_8}, S(t) > \varepsilon \\ 0, S(t) \leq \varepsilon \end{cases}$
$f_3$	$k_3 \frac{X_8 X_1}{X_7}$
$f_4$	$k_4 \frac{F(t)G(t)T(t)X_8}{X_7 X_1}$
$f_5$	$\begin{cases} k_5 A(t)S(t), S(t) > \varepsilon \\ 0, S(t) \leq \varepsilon \end{cases}$
$f_6$	$\begin{cases} k_6 S(t)^{0.5} X_8^{0.1}, S(t) > \varepsilon \\ 0, S(t) \leq \varepsilon \end{cases}$
$f_7$	$k_7 X_1$
$f_8$	$\begin{cases} k_8 D(t)S(t), S(t) > \varepsilon \\ 0, S(t) \leq \varepsilon \end{cases}$
$f_9$	$\begin{cases} k_9 I(t)S(t), S(t) > \varepsilon \\ 0, S(t) \leq \varepsilon \end{cases}$
$f_{10}$	$\begin{cases} k_{10} \frac{F(t)G(t)T(t)S(t)}{X_1 X_7}, S(t) > \varepsilon \\ 0, S(t) \leq \varepsilon \end{cases}$

В таблице зависимости определены исходя из анализа опыта специалистов [7] и физического смысла решаемой задачи. Коэффициенты  $k_i$ ,  $i = \overline{1, 14}$ , определяются посредством вычислительного эксперимента на этапе адаптации модели к объекту исследования.

**Вычислительный эксперимент**

В качестве входных сведений использовались данные по наводнению в Приморье, произошедшем в августе 2001 г. Реальные характеристики последствий этого наводнения сравнивались с результатами вычислительного эксперимента.

Для проведения вычислительного эксперимента использовался пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений MatLAB, система (2) решалась с использованием метода Рунге – Кутты 4-го и 5-го порядка, при начальных условиях  $t_0 = 1$ ,  $X_i(t_0) = X_{i0}$ ,  $i = \overline{1, 10}$ .

На рис. 2 представлено решение системы уравнений (2), нормированное относительно максимальных значений моделируемых характеристик, наблюдавшихся за прошлые годы в данном регионе. В частности, анализ зависимости  $X_4(t)$  позволил сделать вывод, подтвержденный экспертами, что максимальные потери среди населения приходятся на первые сутки наводнения

и в дальнейшем рост данной характеристики незначителен. Увеличение остальных прогнозируемых характеристик обусловлено возрастанием площади зоны затопления при наводнении, пик которого приходится на его 4-й день.

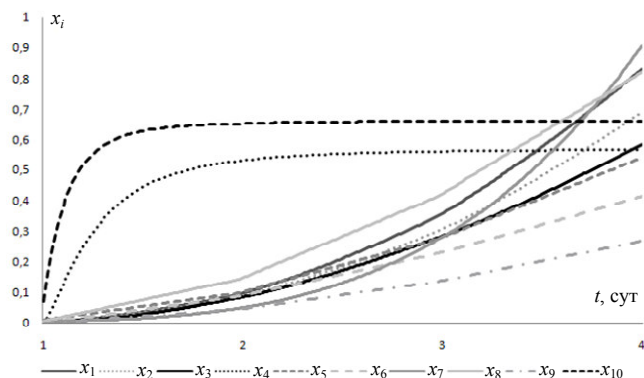


Рис. 2. Результаты решения системы дифференциальных уравнений (2)

Для оценки достоверности математической модели было проведено сравнение характеристик, определенных по модели (2), с реальными значениями этих характеристик. Для этого характеристика  $X_4(t)$ , определенная по модели (2), сравнивалась с построенным на основе реальных данных интерполяционным многочленом Лагранжа  $Y_4(t)$ . Анализ графиков, представленных на рис. 3, позволяет утверждать, что значения  $X_4(t)$ , определенные по модели (2), не существенно отличаются от реальных данных при  $t = \overline{1,4}$

$\Delta_{\text{ср}}^{X_4} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \frac{|X_4(j) - Y_4(j)|}{X_4(j)} 100\% \approx 3\%$ .

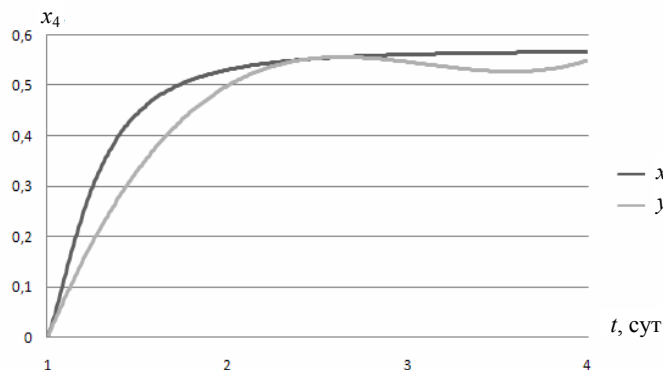


Рис. 3. Сравнение значений моделируемой характеристики  $X_4(t)$  с реальными данными

При сравнении остальных моделируемых характеристик, рассчитанных по модели, с их реальными значениями, средние значения относительных погрешностей не превышают 10 %, что подтверждает адекватность разработанной математической модели.

Результаты вычислительного эксперимента подтверждают адекватность полученной математической модели, которая ориентирована на использование в составе информационных систем служб МЧС объектового уровня. Адаптация разработанной модели к требованиям информационных систем МЧС выполняется в соответствии с рекомендациями, предложенными в работах [8–10].

### Заключение

Таким образом, в ходе исследований были получены следующие результаты.

1. Разработана математическая модель для прогнозирования характеристик последствий наводнений, влияющих на величину ущерба.

2. Проведены вычислительные эксперименты, результаты которых подтверждают адекватность разработанной математической модели.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке информационной системы для оперативно-диспетчерского персонала МЧС. Адаптация модели к требованиям информационных систем МЧС выполняется в соответствии с разработанными ранее рекомендациями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *The United Nations ESCAP*. URL: <http://www.unescap.org>.
2. *Безопасность* в чрезвычайных ситуациях. Источники природных чрезвычайных ситуаций. Поражающие факторы. Номенклатура параметров поражающих воздействий: ГОСТ 22.0.06-97/ГОСТ Р 22.0.06-95 (принят Постановлением Госстандарта РФ от 20.06.1995 N 308).
3. *Садовничий В. А., Акаев А. А., Коротаев А. В., Малков С. Ю.* Моделирование и прогнозирование мировой динамики. М.: ИСПИ РАН, 2012. 360 с.
4. *Хамутова М. В., Кушников В. А.* Математическое моделирование характеристик наводнения, влияющих на величину ущерба // Проблемы управления в социально-экономических и технических системах: сб. науч. ст. по материалам XI Междунар. науч.-практ. конф. Саратов: СГТУ, 2015. С. 41–44.
5. *Хамутова М. В., Кушников В. А.* Модель для прогнозирования основных характеристик последствий наводнений // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ. Саратов: СГТУ, 2015. № 6 (76). С. 119–123.
6. *Яндыбаева Н. В., Кушников В. А.* Математическая модель для прогнозирования показателей экономической безопасности Российской Федерации // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. 2014. № 3. С. 93–101.
7. *Федянин В. И., Проскурников Ю. Е.* Организация и ведение аварийно-спасательных и других неотложных работ при ликвидации чрезвычайных ситуаций природного характера: учеб. пособие. Воронеж: ВГТУ, 2006. Ч. 1. 469 с.
8. *Резчиков А. Ф., Кушников В. А., Евсеев П. Л., Кабанов И. А.* Задачи и модели оперативного управления компрессорным хозяйством промышленного предприятия // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 3. С. 45–50.
9. *Саютин А. В., Кушников В. А.* Особенности применения метода анализа главных компонент для обеспечения эффективной работы энергосбытовой организации // Вестн. Саратов. гос. техн. ун-та. 2009. Т. 1, № 1 (37). С. 99–104.
10. *Соляник Н. А., Кушников В. А.* Математическое моделирование процесса загрязнения атмосферного воздуха в зоне влияния промышленных предприятий // Вестн. Саратов. гос. техн. ун-та. 2009. Т. 1, № 1 (37). С. 104–109.

Статья поступила в редакцию 22.04.2016

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Хамутова Мария Васильевна** – Россия, 410012, Саратов; Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского; аспирант кафедры математической кибернетики и компьютерных наук; [mariuka7d@rambler.ru](mailto:mariuka7d@rambler.ru).

**Кушников Вагим Алексеевич** – Россия, 410028, Саратов; Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук; г-р техн. наук, профессор; директор; [kushnikoff@yandex.ru](mailto:kushnikoff@yandex.ru).



*M. V. Khamutova, V. A. Kushnikov*

#### MATHEMATICAL MODEL FOR FORECASTING OF FLOOD EFFECTS

**Abstract.** The mathematical model of the system dynamics to forecast the effects of the floods affecting the amount of damage is developed. The graph of cause-effect relations existing between the modeled characteristics of floods is designed. A mathematical model to forecast the characteristics

of floods is described with the system of nonlinear differential equations of the first order. Numerical solution of the system of equations is obtained by using the Runge – Kutta method of the 4<sup>th</sup> order. Computational experiments, allowing for different time intervals to determine the modeled characteristics, are made. The comparison of the characteristics calculated by the model, with their real values confirms the adequacy of the mathematical model. The results can be used in the development of the information systems of forecasting the flood effects for operating and dispatching personnel of the EMERCOM.

**Key words:** mathematical model, system dynamics, forecasting the effects of floods.

#### REFERENCES

1. *The United Nations ESCAP*. Available at: <http://www.unescap.org>.
2. *Bezopasnost' v chrezvychainykh situatsiakh. Istochniki prirodnykh chrezvychainykh situatsii. Porazhailushchie faktory. Nomenklatura parametrov porazhailushchikh vozdeistvii* [Emergency safety. Sources of natural emergency situations. Destructive factors. Nomenclature of the parameters of destructive effects]. GOST 22.0.06-97/GOST R 22.0.06-95 (priniat Postanovleniem Gosstandarta RF ot 20.06.1995 N 308).
3. Sadovnichii V. A., Akaev A. A., Korotaev A. V., Malkov S. Iu. *Modelirovanie i prognozirovanie mirovoi dinamiki* [Modeling and forecasting of the world dynamics]. Moscow, ISPI RAN, 2012. 360 p.
4. Khamutova M. V., Kushnikov V. A. Matematicheskoe modelirovanie kharakteristik navodneniia, vliiaushchikh na velichinu ushcherba [Mathematical modeling of the characteristics of floods affecting the scale of damage]. *Problemy upravleniia v sotsial'no-ekonomicheskikh i tekhnicheskikh sistemakh. Sbornik nauchnykh statei po materialam XI Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii*. Saratov, 2015. P. 41–44.
5. Khamutova M. V., Kushnikov V. A. Model' dlia prognozirovaniia osnovnykh kharakteristik posledstviia navodnenii [Model for forecasting of the main characteristics of flood effects]. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiiakh – MMTT*. Saratov, 2015, no. 6 (76), pp. 119–123.
6. Iandybaeva N. V., Kushnikov V. A. Matematicheskaia model' dlia prognozirovaniia pokazatelei ekonomicheskoi bezopasnosti Rossiiskoi Federatsii [Mathematical model for forecasting of economic safety parameters in the Russian Federation]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seria: Upravlenie, vychislitel'naia tekhnika i informatika*, 2014, no. 3, pp. 93–101.
7. Fedianin V. I., Proskurnikov Iu. E. *Organizatsiia i vedenie avariino-spatatel'nykh i drugikh ne-otlozhnykh rabot pri likvidatsii chrezvychainykh situatsii prirodnogo kharaktera* [Organization and implementation of rescue and other emergency operations when liquidating the emergent situations of natural origin]. Voronezh, VGTU, 2006. Part 1. 469 p.
8. Rezhnikov A. F., Kushnikov V. A., Evseev P. L., Kabanov I. A. Zadachi i modeli operativnogo upravleniia kompressornym khoziaistvom promyshlennogo predpriiatiia [Tasks and models of operational control of the compressor at the industrial enterprise]. *Mekhatronika, avtomatizatsiia, upravlenie*, 2004, no. 3, pp. 45–50.
9. Saiutin A. V., Kushnikov V. A. Osobennosti primeneniia metoda analiza glavnykh komponent dlia obespecheniia effektivnoi raboty energosbytovoi organizatsii [Peculiarities of using the method of analysis of the major components to provide an effective operation of energy sales organization]. *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2009, vol. 1, no. 1 (37), pp. 99–104.
10. Solianik N. A., Kushnikov V. A. Matematicheskoe modelirovanie protsessa zagriazneniia atmosfernogo vozdukhha v zone vliianiia promyshlennykh predpriiatiia [Mathematical modeling of the process of atmosphere pollution in the zone of industrial enterprise impact]. *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2009, vol. 1, no. 1 (37), pp. 104–109.

The article submitted to the editors 22.04.2016

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Khamutova Maria Vasilievna** – Russia, 410012, Saratov; Saratov National State Research University named after N. G. Chernyshevskiy; Postgraduate Student of the Department of Mathematical Cybernetics and Computer Sciences; mariuka7d@rambler.ru.

**Kushnikov Vadim Alekseevich** – Russia, 410028, Saratov; Institute of Precision Mechanics and Control, Russian Academy of Sciences; Doctor of Technical Sciences, Professor; Director; kushnikoff@yandex.ru.

