

# УПРАВЛЕНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ, АВТОМАТИЗАЦИЯ

УДК 681.5

*А. М. Цыкунов*

## РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ С НЕИЗВЕСТНЫМ ПОРЯДКОМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Решается задача робастного управления объектом с распределенным запаздыванием, когда на него действуют ограниченные внешние возмущения, а порядок и параметры математической модели неизвестны. Получен алгоритм управления, позволяющий компенсировать априорную неопределенность параметров и существенно подавить внешние ограниченные возмущения. Результаты моделирования иллюстрируют эффективность предложенной системы управления.

**Ключевые слова:** робастное управление, вектор состояния, возмущения.

### **Введение**

Одной из основных проблем теории автоматического управления динамическими объектами является проектирование алгоритмического обеспечения регулируемых устройств в условиях априорной неопределенности параметров математических моделей объектов и при наличии внешних неизмеряемых возмущений. В таких условиях проектируемая система управления должна обеспечивать выполнение основной цели управления, например слежение за эталонным сигналом с требуемой точностью, что возможно осуществить, если скомпенсировать параметрическую неопределенность и внешние возмущения. Одним из основных подходов к решению этой задачи является использование робастных систем управления. Достаточно подробно эта проблема изложена в [1], где приводится классификация задач проектирования робастных систем управления и различных типов возмущений.

Особое место в этой проблеме занимают объекты, динамические процессы в которых описываются дифференциальными уравнениями с последействием. В зависимости от типа последействия математические модели делятся на четыре основных класса: системы с запаздыванием по состоянию, управлению, нейтрального типа и с распределенным запаздыванием различных видов, которое тоже может быть по состоянию, управлению и нейтрального типа. Каждый из этих типов объектов требует своих методов и подходов для построения систем управления в условиях неопределенности.

В настоящее время имеется много публикаций по применению различных методов для управления объектами с последействием в условиях априорной неопределенности. В [2] синтезируется наблюдатель для нелинейного объекта с запаздыванием, в [3] – алгоритм адаптивной синхронизации для объекта с нестационарным дискретным и распределенным запаздыванием по состоянию. В [4, 5] задача синхронизации решается с помощью адаптивного подхода, а в [6] – как обычная система с обратной связью. В [7] решена задача робастного управления для нелинейного объекта с запаздыванием по состоянию, а в [8, 9] – для нейтрального типа. В [10] использование специальных фильтров позволило решить задачу робастной стабилизации для одного класса нелинейных объектов с запаздыванием. В [11, 12] решены задачи робастного управления для объектов с запаздыванием по состоянию и управлению. В процессе нашего исследования результаты, полученные в [11], используются для построения алгоритма управления объектом с распределенным запаздыванием, когда неизвестен порядок математической модели.

### **Постановка задачи**

Рассмотрим объект управления, математической моделью которого является следующее уравнение:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + D \int_{-h}^0 y(t + \theta) d\theta + Bu(t) + \Gamma f(t), \quad x(\theta) = \varphi(\theta), \quad \theta \in [-h, 0], \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t),$$

где  $x(t) \in \mathbf{R}^n$  – вектор состояния с неизвестной размерностью  $n$ ;  $u(t)$ ,  $y(t)$  – скалярные управляющее воздействие и регулируемая переменная;  $f(t)$  – скалярное, внешнее возмущение;  $\varphi(\theta)$  – непрерывная начальная функция;  $h$  – время запаздывания;  $A, D, B, \Gamma, C$  – числовые матрицы соответствующих порядков.

Требуется получить алгоритм управления, обеспечивающий выполнение следующего целевого условия:

$$|y(t) - y_M(t)| < \delta \quad \text{при } t \geq T_0, \quad (2)$$

где величина  $\delta > 0$  характеризует точность управления;  $T_0$  – время, по истечении которого с начала функционирования системы должно выполняться целевое неравенство;  $y_M(t)$  – задающее воздействие.

Будем решать сформулированную задачу при следующих ограничениях.

#### **Предположения**

1. Пара  $(A, B)$  – управляема, а пара  $(A, C)$  – наблюдаема.
2. Уравнение (1) является минимально-фазовым, т. е. квазиполином  $CAdj\Lambda(s)B$  является гурвицевым, где  $s$  – комплексная переменная в преобразовании Лапласа;  $\Lambda(s) = (Is - A - DC\sigma(s))$ ;  $I$  – единичная матрица;  $Adj\Lambda(s)$  – присоединенная матрица (транспонированная матрица алгебраических дополнений матрицы  $\Lambda(s)$ ),

$$\sigma(s) = \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta = \frac{1 - e^{-hs}}{s}.$$

3. У передаточной функции по управлению  $W(s) = C\Lambda^{-1}(s)B$  порядки квазиполиномов  $n$  и  $m$  знаменателя и числителя являются неизвестными величинами.

4. Известны величины: максимально возможные значения  $n$  и  $\gamma = n - m$ , которые обозначим символами  $\bar{n}$ ,  $\bar{\gamma}$ , а также диапазоны возможных значений элементов матриц  $A, D, B, \Gamma, C$ . Высокочастотный коэффициент усиления передаточной функции по управлению может менять свой знак в процессе функционирования системы, но не чаще, чем длительность переходного процесса в замкнутой системе.

5. Внешнее возмущение  $f(t)$  и задающее воздействие  $y_M(t)$  являются гладкими ограниченными функциями.

6. Производные регулируемой переменной и управляющего воздействия не измеряются.

#### **Метод решения**

Преобразуем уравнение (1) в форму вход-выход и применим преобразования Лапласа

$$(Q_1(s) + Q_2(s)\sigma(s))y(s) = (kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s))u(s) + (S_1(s) + S_2(s)\sigma(s))f(s) + K(s), \quad (3)$$

где  $y(s)$ ,  $x(s)$ ,  $u(s)$ ,  $f(s)$  – изображение Лапласа функций  $y(t)$ ,  $x(t)$ ,  $u(t)$ ,  $f(t)$  соответственно;  $K(s)$  – изображение Лапласа начальных условий,

$$Q_1(s) + Q_2(s)\sigma(s) = \det \Lambda(s),$$

$$kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s) = CAdj\Lambda(s)B,$$

$$S_1(s) + S_2(s)\sigma(s) = CAdj\Lambda(s)\Gamma,$$

причём полиномы  $Q_1(s)$ ,  $R_1(s)$  являются нормированными, так что  $k$  – высокочастотный коэффициент усиления, а порядки полиномов

$$\deg Q_1(s) = n, \deg Q_2(s) \leq n-1, \deg R_1(s) = m, \deg R_2(s) \leq m-1, \\ \deg S_1(s) \leq n-1, \deg S_2(s) < \deg S_1(s).$$

Таким образом, передаточная функция по управлению имеет вид

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s)}{Q_1(s) + Q_2(s)\sigma(s)}.$$

Преобразуем уравнение (3). Воспользуемся следующим очевидным полиномиальным равенством

$$Q_M(s)M(s) = Q_1(s)S_0(s) + N(s). \quad (4)$$

Здесь  $\deg Q_M(s) = \bar{\gamma}$ ,  $\deg M(s) = \bar{n} - 1$ ,  $\deg S_0(s) = \bar{n} - m$ ,  $\deg N(s) = \bar{n} + \bar{\gamma} - 1$ ; полиномы  $Q_M(s)M(s)$  – нормированы;  $Q_M(s)$ ,  $M(s)$ ,  $S_0(s)$  – гурвицевы. Так как  $\deg Q_M(s)M(s) = \deg N(s)$ , то всегда существует полином  $N(s)$ , обеспечивающий равенство (4) для любых полиномов  $Q_M(s)$ ,  $M(s)$ ,  $Q_1(s)$ ,  $S_0(s)$ .

Умножим уравнение (4) на  $y(s)$  и в первое слагаемое правой части подставим  $y(s)$ , определенное из уравнения (3):

$$y(s) = \frac{1}{Q_1(s)}(-Q_2(s)\sigma(s) + (kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s))u(s) + \\ + (S_1(s) + S_2(s)\sigma(s))f(s) + K(s)).$$

В результате получим

$$Q_M(s)M(s)y(s) = S_0(s)(-Q_2(s)\sigma(s)y(s) + (kR_1(s) + R_2(s)\sigma(s))u(s) + \\ + (S_1(s) + S_2(s)\sigma(s))f(s) + K(s)) + N(s)y(s).$$

Разделим полученное уравнение на полином  $M(s)$  и выделим целые части в неправильных дробях:

$$\frac{S_0(s)kR_1(s)}{M(s)} = k + \frac{N_1(s)}{M(s)}, \frac{N(s)}{M(s)} = N_2(s) + \frac{N_3(s)}{M(s)}, \frac{S_0(s)Q_2(s)}{M(s)} = G_1(s) + \frac{G_2(s)}{M(s)}.$$

Здесь  $\deg N_1(s) \leq \bar{n} - 2$ ,  $\deg N_2(s) = \bar{\gamma}$ ,  $\deg N_3(s) \leq \bar{n} - 2$ ,  $\deg G_1(s) \leq \bar{\gamma} - 1$ .

Разложим многочлен  $G_1(s)$  на сумму двух составляющих  $G_1(s) = G_M(s) + G_3(s)$ , где  $\deg G_M(s) = \bar{\gamma} - 1$ . Условия для выбора полиномов  $Q_M(s)$  и  $G_M(s)$  будут приведены в дальнейшем. Используя полученные разложения, получим

$$Q_M(s)y(s) = -G_M(s)\sigma(s)y(s) + ku(s) + \psi_1(s), \quad (5)$$

$$\psi_1(s) = \left( G_1(s) + \frac{G_2(s)}{M(s)} \right) \sigma(s)y(s) + \frac{N_1(s) + S_0(s)R_2(s)\sigma(s)}{M(s)} u(s) + \\ + \left( N_2(s) + \frac{N_3(s)}{M(s)} \right) y(s) + \frac{S_0(s)(S_1(s) + S_2(s)\sigma(s))}{M(s)} f(s) + \frac{S_0(s)K(s)}{M(s)}. \quad (6)$$

Таким образом, в результате преобразований в уравнении (5) мы получили уравнения с известными порядками полиномов и их коэффициентов. Вся неопределенность, связанная

с неизвестным порядком уравнения (3), его параметрами, а также с начальными условиями и внешними возмущениями, содержится в оригинале функции  $\psi_1(t)$ .

Выполнив обратное преобразование Лапласа, получим уравнение

$$Q_M(P)y(t) + G_M(P) \int_{-h}^0 y(t+\theta)d\theta + ku(t) + \psi_1(t), \quad (7)$$

где  $P = d/dt$  – оператор дифференцирования;  $\psi_1(t)$  – оригинал изображения по Лапласу  $\psi_1(s)$ . Составим уравнение для ошибки  $e(t) = y(t) - y_M(t)$ :

$$Q_M(P)e(t) + G_M(s) \int_{-h}^0 e(t+\theta)d\theta + ku(t) + \psi_2(t). \quad (8)$$

$$\psi_2(t) = \psi_1(t) - Q_M(P)y_M(t) = G_M(P) \int_{-h}^0 y_M(t+\theta)d\theta. \quad (9)$$

Преобразуем уравнение (8) в векторно-матричную форму:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_M \varepsilon(t) + D_M \int_{-h}^0 \varepsilon(t+\theta)d\theta + B_0(ku(t) + \psi_2(t)), \quad e(t) = C_0 \varepsilon(t), \quad (10)$$

где  $\varepsilon \in \mathbf{R}^{\bar{\gamma}}$ ,  $C_0 = [1, 0, \dots, 0]$ ,

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad D_M = \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_{\bar{\gamma}} \end{bmatrix}, \quad A_M = \begin{bmatrix} q & I_{\bar{\gamma}-1} \\ 0 & 0_{\bar{\gamma}-1} \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} -q_1 \\ \vdots \\ -q_{\bar{\gamma}} \end{bmatrix},$$

$0_{\bar{\gamma}-1}$  – нулевая матрица-строка;  $g_1, \dots, g_{\bar{\gamma}}$  – коэффициенты полинома  $G_M(s)$ ;  $q_1, \dots, q_{\bar{\gamma}}$  – коэффициенты многочлена  $Q_M(s)$ ;  $I_{\bar{\gamma}-1}$  – единичная матрица порядка  $(\bar{\gamma}-1)(\bar{\gamma}-1)$ . Эти коэффициенты выбираются так, чтобы решением уравнения

$$HA + A_M^T H + hHD_M C_0 \Phi_0^{-1} C_0^T D_M^T H = -h\Phi_0 - \Lambda_0 \quad (11)$$

была положительно-определенная матрица  $H$ , а положительно-определенные матрицы  $\Phi_0$  и  $\Lambda_0$  подбираются в процессе решения, чтобы получить требуемый результат.

В этом случае уравнение (7) будет асимптотически устойчивым, если  $\psi_2(t) = 0$ .

Справедливость этого утверждения легко обосновать, если вычислить производную от функционала

$$V(t) = \varepsilon^T(t)H\varepsilon(t) + \int_{-h}^0 d\theta \int_{t+\theta}^t \varepsilon^T(\lambda)\Phi_0\varepsilon(\lambda)d\lambda$$

на траекториях системы (10), положив  $\psi_2(t) = 0, u(t) = 0$ .

Сформируем управление в виде

$$u(t) = \alpha\Phi(t)\vartheta(t), \quad \alpha > 0, \quad (12)$$

где  $\vartheta(t)$  – новое управляющее воздействие; сигнал  $\Phi(t)$  служит для компенсации неопределенности знака коэффициента  $k$ .

Функции  $\Phi(t)$  формируются следующим образом [13].

$$\Phi(t) = \begin{cases} \Phi(t - \tau), & \text{если } \text{sign } w(e(t - \tau)) \geq 0, \\ -\Phi(t_0 - \tau), t \in [t_0, t_0 + t_1], & \text{если } \text{sign } w(e(t - \tau)) < 0, \end{cases} \quad (13)$$

$$\Phi(0) = 1,$$

где  $t_0$  – время переключения;  $w(e(t - \tau)) = 1 - \rho e^2(t - \tau)$ ,  $\tau$  – время срабатывания триггера со счетным входом и с блокировкой входа на время  $t_1$  после переключения,  $\rho > 0$ . Начальное условие  $\Phi(0) = 1$  соответствует тому, что знак высокочастотного коэффициента усиления  $k$  является положительным. Это соответствует отрицательной обратной связи.

Если в момент включения системы выполнено условие  $\text{sign } w(e(0)) \geq 0$ , то функция  $\Phi(t)$  не изменяется. Если в момент времени  $t_0 - \tau$  выполнится условие  $\text{sign } w(e(t_0 - \tau)) < 0$ , то функция  $\Phi(t)$  изменяет свой знак на противоположный и сохраняет это значение на отрезке времени  $[t_0, t_0 + t_1]$ . В момент времени  $t > t_0 + t_1$  блокировка снимается и  $\Phi(t)$  определяется согласно алгоритму (13). Число  $\rho$  выбирается из условия  $1 - \rho e^2(0) > 0$ .

Если коэффициент  $k$  изменяет свой знак в процессе функционирования системы, то для уменьшения скачков ошибок желательно величину  $\rho$  уменьшить по истечении некоторого времени  $\tau_1$  и выбрать его из условия  $1 - \rho e_{\text{доп}}^2 = 0$ , где  $e_{\text{доп}}$  является допустимой величиной ошибки при коррекции знака обратной связи. Таким образом, за исключением коротких промежутков времени, равных времени срабатывания корректирующего устройства, что происходит при изменении знака обратной связи, будет справедливо равенство

$$\Phi(t) \text{sign } k = 1. \quad (14)$$

Вследствие условия (14) смена знака равносильна действию на вход объекта импульсного возмущения.

Для подавления возмущений необходимо выделить сигнал, несущий информацию о функции  $\psi_2(t)$ , т. к. в ней сконцентрирована вся априорная неопределенность параметров математической модели объекта управления и информация о внешних неконтролируемых возмущениях. Для этой цели введем вспомогательный контур, динамические процессы в котором описываются уравнением

$$\dot{\varepsilon}_b(t) = A_M \varepsilon_b(t) + D_M \int_{-h}^0 e(t + \theta) d\theta + B_0 \beta \vartheta(t), \quad e_b(t) = C_0 \varepsilon(t). \quad (15)$$

Составим уравнение для вектора рассогласования  $z(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_b(t)$ , подставив (12) в (10) и вычитая (15) из (10):

$$\dot{z}(t) = A_M z(t) + B_0 \psi(t), \quad \zeta(t) = C_0 z(t). \quad (16)$$

Здесь  $\psi(t) = \psi_2(t) + (k\varphi(t)\alpha - \beta)\vartheta(t)$ ,  $z \in \mathbf{R}^{\bar{v}}$ .

Принимая во внимание структуры матриц в (16), получим

$$\psi(t) = \dot{z}_{\bar{v}}(t) + q_{\bar{v}} \zeta(t), \quad (17)$$

где  $z_{\bar{v}}(t)$  – последняя компонента вектора  $z(t)$ . Поэтому идеальный закон управления описывается уравнением

$$\vartheta_u(t) = -\frac{1}{\beta} (\dot{z}_{\bar{v}}(t) + q_{\bar{v}} \zeta(t)). \quad (18)$$

Тогда уравнение замкнутой системы будет иметь вид

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_M \varepsilon(t) + D_M \int_{-h}^0 e(t + \theta) d\theta, \quad e(t) = C_0 \varepsilon(t). \quad (19)$$

Система (19) будет асимптотически устойчивой. Однако, в соответствии с шестым условием предположений, алгоритм (18) нереализуем, поэтому будем формировать управляющее воздействие в соответствии с формулой

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{\beta} \left( \xi_{\bar{\gamma}+1}(t) + q_{\bar{\gamma}} \zeta(t) \right). \quad (20)$$

Здесь  $\xi_{\bar{\gamma}+1}(t)$  – последняя компонента вектора состояния наблюдателя  $\xi(t)$  [14].

$$\dot{\xi}(t) = F_0 \xi(t) + a_m \zeta(t) + B_1 (\zeta(t) - \bar{\zeta}(t)), \quad \bar{\zeta}(t) = C_0 \xi(t), \quad (21)$$

где  $\xi \in \mathbf{R}^{\bar{\gamma}+1}$ ,

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0_{(\bar{\gamma}+1) \times 1} & I_{\bar{\gamma}} \\ & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1^T = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_{\bar{\gamma}+1} \\ \mu & \mu^2 & \dots & \mu^{\bar{\gamma}+1} \end{bmatrix}, \quad 0_{(\bar{\gamma}+1) \times 1} - \text{нулевой вектор-столбец.}$$

Числа  $b_1, \dots, b_{\bar{\gamma}+1}$  выбираются так, чтобы матрица  $F = F_0 + B_2 C$  была гурвицевой;  $\mu$  – малое положительное число;  $a_m^T = [-q_1, \dots, -q_{\bar{\gamma}}, 0]$ ;  $B_2^T = [b_1, \dots, b_{\bar{\gamma}+1}]$ ;  $\bar{\zeta}(t)$  – оценка сигнала  $\zeta(t)$ .

Следует отметить: порядок вектора  $\xi(t)$  на единицу больше, чем это необходимо при технической реализации, что сделано для удобства аналитических преобразований. Поэтому в уравнение (16) новую переменную  $z_{\bar{\gamma}+1}(t) = \psi(t) - q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)$  и вектор  $\bar{z}^T(t) = [z^T(t), z_{\bar{\gamma}+1}(t)]$ . Тогда уравнение (16) примет вид

$$\dot{\bar{z}}(t) = F_0 \bar{z}(t) + \bar{a}_m \zeta(t) + B_0 (\dot{\psi}(t) - q_{\bar{\gamma}} \dot{\zeta}(t)), \quad \zeta(t) = C_0 \bar{z}(t). \quad (22)$$

Здесь  $\bar{a}_m^T = [-q_1, \dots, -q_{\bar{\gamma}-1}, 0, 0]$ . Вектор  $\xi(t)$  является оценкой вектора  $\bar{z}(t)$ . Введем вектор нормированных отклонений  $\eta(t) = \Gamma^{-1} (\bar{z}(t) - \xi(t))$ , где  $\Gamma = \text{diag}\{\mu^{\bar{\gamma}}, \dots, \mu, 1\}$ . Вычитая (21) из (22), получим уравнение для нормированных отклонений  $\eta(t)$ :

$$\dot{\eta}(t) = \frac{1}{\mu} F \eta(t) + B_0 (\dot{\psi}(t) - q_{\bar{\gamma}} \dot{\zeta}(t)). \quad (23)$$

**Утверждение.** Пусть выполнены условия предположений и матрицы  $A_m$  и  $D_m$  выбраны так, что справедливо уравнение (11). Тогда существует число  $\mu_0 > 0$  такое, что при выполнении неравенства  $\mu_0 > \mu$  для системы (1), (12), (13), (15), (21) выполнено целевое условие (2).

Доказательство приведено в Приложении.

Для иллюстрации работоспособности полученного алгоритма управления рассмотрим числовой пример.

**Пример.** Рассмотрим объект управления, математической моделью которого является следующее уравнение:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & 1 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} \int_{-h}^0 y(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} f(t),$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] x(t), \quad x(\theta) = 0, \quad \theta \in [-4, 0].$$

Класс неопределенности задан следующими неравенствами:

$$-3 \leq a_i \leq 3, \quad -2 \leq c_i \leq 2, \quad i = \overline{1, 4}, \quad -4 \leq d_1 < -1, \quad -4 \leq d_2 \leq 2, \quad -4 \leq d_3 \leq 2, \quad -4 \leq d_4 \leq 1, \\ |f(t)| \leq 5, \quad 0 \leq b_1 \leq 2, \quad 0 \leq b_2 \leq 3, \quad 4 \leq b_3 \leq 5.$$

В данном случае  $b_1$  и  $b_2$  могут быть нулевыми, поэтому относительная степень передаточной функции  $\gamma = n - m$  неизвестна. Известно ее максимальное значение:  $\bar{\gamma} = 4$ .

Вводится новое управляющее воздействие  $\vartheta(t)$ :

$$u(t) = \alpha \Phi(t) \vartheta(t),$$

где функция  $\Phi(t)$  формируется в соответствии с формулой (13), в которой начальное значение  $\rho = 10$  а через три секунды оно становится равным 200,  $t_1 = 12$  с.

Уравнение вспомогательного контура (15) возьмем в виде

$$\dot{\varepsilon}_b(t) = \begin{bmatrix} -11 & 1 & 0 & 0 \\ -40 & 0 & 1 & 0 \\ -68 & 0 & 0 & 1 \\ -50 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_b(t) + \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \int_{-h}^0 e(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \beta \vartheta(t), \quad e_b(t) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \varepsilon_b(t),$$

где  $e(t) = y(t) - y_M(t)$ . Проверим справедливость матричного уравнения (11). Возьмем диагональные матрицы  $\Phi_0 = \text{diag}\{300; 0,1; \dots; 0,1\}$ ,  $A_0 = 0,1\Phi_0$ . Тогда решением уравнения (11) с точностью до третьего знака является следующая матрица:

$$H = \begin{bmatrix} 137,358 & -0,299 & -6,878 & 1,421 \\ -0,299 & 7,598 & -1,592 & -0,83 \\ -6,878 & -1,592 & 1,488 & -0,283 \\ 1,421 & -0,83 & -0,283 & 0,845 \end{bmatrix}.$$

Уравнения наблюдателя (21) имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi}_1(t) = \xi_2(t) - 11\zeta(t) + \frac{5}{\mu}(\zeta(t) - \xi_1(t)), \\ \dot{\xi}_2(t) = \xi_3(t) - 40\zeta(t) + \frac{5}{\mu^2}(\zeta(t) - \xi_1(t)), \\ \dot{\xi}_3(t) = \xi_4(t) - 68\zeta(t) + \frac{8}{\mu^3}(\zeta(t) - \xi_1(t)), \\ \dot{\xi}_4(t) = -50\zeta(t) + \frac{8}{\mu^4}(\zeta(t) - \xi_1(t)), \quad \zeta(t) = e(t) - e_b(t). \end{array} \right.$$

Управляющее воздействие  $\vartheta(t)$  будем формировать в соответствии с формулой

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{\beta} (\lambda(\dot{\xi}_4(t)) + 50\zeta(t)).$$

Здесь  $\lambda(\dot{\xi}_4(t))$  – нелинейная функция с насыщением, которая вводится для ограничения управляющего воздействия в момент включения системы в работу. Как отмечается в [14], в момент включения выходные сигналы наблюдателя могут быть очень большими, поэтому в [14] рекомендуется ввести ограничение на управляющее воздействие. В данном случае используется только один сигнал с наблюдателя, на который и введено ограничение.

$$\lambda(\dot{\xi}_4(t)) = \begin{cases} \dot{\xi}_4(t), & \text{если } |\dot{\xi}_4(t)| < \chi, \\ \chi, & \text{если } \dot{\xi}_4(t) \geq \chi, \\ -\chi, & \text{если } \dot{\xi}_4(t) \leq -\chi. \end{cases} \quad \chi > 0,$$

На рис. 1, 2 представлены результаты моделирования при следующих исходных данных:

$$a_1 = -2, a_2 = 3, a_3 = a_4 = 2, d_1 = -2, d_2 = d_3 = 2, d_4 = 1, h = 4 \text{ с},$$

$$a = 0,2 \beta = 10, \quad f(t) = 2 \sin 0,2t + 3 \sin 0,7t, \quad y_m(t) = 3 \sin 0,2t + 3 \sin 0,3t, \quad \chi = 100, \quad \mu = 0,01.$$

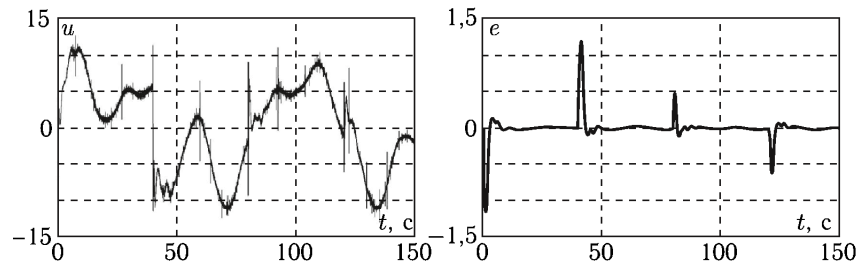


Рис. 1. Переходные процессы по управлению и ошибке:  $b_1 = 1, b_2 = 3, b_3 = 5, \gamma = 2$

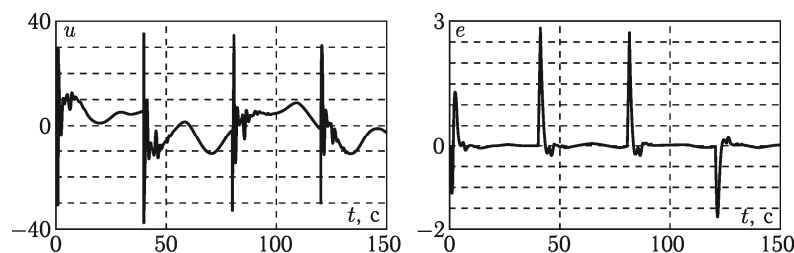


Рис. 2. Переходные процессы по управлению и ошибке:  $b_1 = 0, b_2 = 1, b_3 = 5, \gamma = 3$

Все начальные условия нулевые.

Начальное значение высокочастотного коэффициента усиления равно  $-1$ , т. е. обратная связь положительная. Через каждые 40 секунд его знак меняется на противоположный. Для любых параметров из заданного класса неопределенности величина ошибки после окончания переходного процесса не превышает значения  $0,05$ . Если начальные условия не нулевые, например  $x(\theta) = 1, \theta \in [-4, 0]$ , то необходимо начальное значение коэффициента  $\rho$  взять равным трем. В переходных процессах по ошибке увеличится амплитуда первого импульса. Таким образом, алгоритм управления, полученный для  $\bar{\gamma} = 4$ , работоспособен при других значениях  $\gamma$ .

### Заключение

Решена задача робастного управления для объекта, математической моделью которого является линейное уравнение с распределенным запаздыванием. При этом коэффициенты уравнения и его порядок являются неизвестными. Кроме того, высокочастотный коэффициент усиления может изменять свой знак в процессе функционирования системы. Результаты моделирования показывают, что предложенный алгоритм управления позволяет получить качественные переходные процессы.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Для доказательства утверждения докажем лемму, которая является аналогом леммы [15], справедливой для систем без запаздывания.

**Лемма.** Пусть математическая модель системы имеет вид



$$\dot{x}(t) = f(x_t(\theta), \mu_1, \mu_2), \quad x(\theta) = \phi(\theta), \quad \theta \in [-h, 0], \quad (\text{П.1})$$

где  $x \in \mathbf{R}^n$ ,  $\mu_1 \in \mathbf{R}^{n_1}$ ,  $\mu_2 \in \mathbf{R}^{n_2}$ ,  $x_t(\theta) = x(t + \theta)$ ,  $x_t(\theta) \in C[-h, 0]$ ,  $C[-h, 0]$  – банахово пространство непрерывных функций на отрезке  $[-h, 0]$ ;  $\phi(\theta)$  – непрерывная начальная функция;  $f(x_t(\theta), \mu_1, \mu_2)$  – непрерывное отображение из  $\mathbf{R}^{n_1+n_2} \times [-h, 0]$  в  $\mathbf{R}^n$ , липшицево по  $x_t(\theta)$ . Пусть система (П.1) имеет ограниченную область диссипативности

$$D = \{x_t(\theta) : \|V(x_t(\theta))\| \leq C\},$$

где  $V(x_t(\theta)) = V_1(x(t)) + V_2(x_t(\theta))$  – непрерывный положительно-определенный функционал на  $C[-h, 0]$ ,

$$\|V(x_t(\theta))\| = \sup_{-h \leq \theta \leq 0} |V(x_t(\theta))|,$$

$V_1(x(t))$  – непрерывная положительно-определенная функция;  $V_2(x(t))$  – функциональная часть функционала  $V(x_t(\theta))$ . Предположим, что для некоторых значений  $\theta_1 > 0$ ,  $\varepsilon > 0$  при  $\mu_2 = 0$  выполнено условие

$$\sup_{|\mu_1| < \theta_1} \left( \left( \frac{\partial V_1(x(t))}{\partial x} \right)^T f(x_t(\theta), \mu_1, 0) + \frac{dV_2(x_t(\theta))}{dt} \right) \leq -\varepsilon, \quad (\text{П.2})$$

когда  $\|V(x_t(\theta))\| = C$ . Тогда для достаточно малых значений  $\theta > 0$  таких, что  $|\mu_2| \leq \theta$ , область диссипативности  $D = \{x_t(\theta) : \|V(x_t(\theta))\| \leq C\}$  остается областью диссипативности системы (П.1).

*Доказательство леммы.* Введем обозначение

$$\Phi(\mu_2) = \sup_{|\mu_1| < \theta_1} \left( \left( \frac{\partial V_1(x(t))}{\partial x} \right)^T f(x_t(\theta), \mu_1, \mu_2) + \frac{dV_2(x_t(\theta))}{dt} \right)$$

при  $\|V(x_t(\theta))\| = C$ . В силу того, что функционал  $V(x_t(\theta))$  и отображение  $f(x_t(\theta), \mu_1, \mu_2)$  непрерывны по  $\mu_2$ , функция  $\Phi(\mu_2)$  будет непрерывной по  $\mu_2$ . Так как выполнено условие (П.2), т. е.  $\Phi(0) < -\varepsilon$ , то будет существовать  $\theta > 0$  такое, что при выполнении неравенства  $|\mu_2| \leq \theta$  будет выполнено условие  $\Phi(\mu_2) < 0$ . Это означает, что область диссипативности остается прежней.

*Доказательство утверждения.* Подставим значение  $\vartheta(t)$  из (20) в формулы (8) и (15) и из уравнений (10), (15), (16), (20), (21), (23) получим

$$\dot{\varepsilon}(t) = A_M \varepsilon(t) + D_M C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t + \theta) d\theta + B_0 C_{\bar{\gamma}+1} \eta(t), \quad e(t) = C_0 \varepsilon(t), \quad (\text{П.3})$$

$$\dot{\varepsilon}_b(t) = A_M \varepsilon_b(t) + D_M C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t + \theta) d\theta - B_0 (\xi_{\bar{\gamma}+1}(t) + q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)), \quad e_b(t) = C_0 \varepsilon_b(t), \quad (\text{П.4})$$

$$\dot{\xi}(t) = F_0 \xi(t) + a_m \zeta(t) + B_1 (\zeta(t) - \bar{\zeta}(t)), \quad (\text{П.5})$$

$$\bar{\zeta}(t) = C_0 \xi(t), \quad \zeta(t) = e(t) - e_b(t),$$

$$\dot{z}(t) = A_M z(t) + B_0 \psi(t), \quad \zeta(t) = C_0 z(t), \quad (\text{П.6})$$

$$\mu_1 \dot{\eta}(t) = F\eta(t) + \mu_2 B_0((\dot{\psi}(t) - q_{\bar{\gamma}} \dot{\zeta}(t)), \zeta(t) - \bar{\zeta}(t) = C_0 T \eta(t), \quad (\text{П.7})$$

где  $C_{\bar{\gamma}+1} = [0, \dots, 0, 1]$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ .

Пусть внешние воздействия  $y_M(t) = 0, f(t) = 0$ . Тогда, принимая во внимание (6), (9) и формулу  $\psi(t) = \psi_2(t) + (k\phi(t)\alpha - \beta)\vartheta(t)$ , получим

$$\psi(t) = \bar{\psi}_1(t) + (k\phi(t)\alpha - \beta)\vartheta(t),$$

где  $\bar{\psi}_1(t)$  получается из (6) с учетом (9), когда  $y_M(t) = 0, f(t) = 0$ . Здесь

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_1(s) = & \left( G_1(s) + \frac{G_2(s)}{M(s)} \right) \sigma(s) y(s) + \frac{N_1(s) + S_0(s)R_2(s)\sigma(s)}{M(s)} u(s) + \\ & + \left( N_2(s) + \frac{N_3(s)}{M(s)} \right) y(s) + \frac{S_0(s)K(s)}{M(s)}. \end{aligned}$$

В этом случае система (П.3)–(П.7) автономна и к ней применима лемма. Пусть  $\mu_2 = 0$ . Возьмем функционал Ляпунова – Красовского

$$V(t) = \varepsilon^T(t)H\varepsilon(t) + \eta^T(t)H_1\eta(t) + \int_{-h}^0 d\theta \int_{t+\theta}^t \varepsilon^T(\lambda)\Phi_0\varepsilon(\lambda)d\lambda, \quad (\text{П.8})$$

где положительно-определенные матрицы  $H, \Phi_0$  удовлетворяют уравнению (11), а  $H_1$  является решением уравнения

$$H_1F + F^T H_1 = -\rho_1 I, \quad \rho_1 > 0. \quad (\text{П.9})$$

Вычислим производную от функционала (П.8) на траекториях системы (П.3)–(П.7):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \varepsilon^T(t)(HA_M + A_M^T H)\varepsilon(t) + 2\varepsilon^T(t)(HD_M C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t+\theta)d\theta + B_0 C_{\bar{\gamma}+1} \eta(t)) + \\ & + \eta^T(t) \frac{1}{\mu_1} (H_1 F + F^T H_1) \eta(t) + h\varepsilon^T(t)\Phi_0\varepsilon(t) - \int_{-h}^0 \varepsilon^T(t+\theta)\Phi_0\varepsilon(t+\theta)d\theta. \end{aligned}$$

Воспользуемся равенством и оценкой

$$\begin{aligned} & 2\varepsilon^T(t)HD_M C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t+\theta)d\theta - \int_{-h}^0 \varepsilon^T(t+\theta)\Phi_0\varepsilon(t+\theta)d\theta = \\ & = h\varepsilon^T(t)HD_M C_0 \Phi_0^{-1} C_0^T D_M^T H \varepsilon(t) - \int_{-h}^0 \left( \varepsilon^T(t)HD_M C_0 \Phi_0^{-1} - \varepsilon^T(t+\theta) \right) \Phi_0 \left( \Phi_0^{-1} C_0^T D_M^T H \varepsilon(t) - \right. \\ & \left. - \varepsilon(t+\theta) \right) d\theta, \quad 2\varepsilon^T(t)HB_0 C_{\bar{\gamma}+1} \eta(t) \leq \mu_1 |\varepsilon(t)|^2 + \frac{|HB_0|^2}{\mu_1} |\eta(t)|^2. \end{aligned}$$

Подставив эти оценки в формулу для производной от функционала, получим

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \varepsilon^T(t)(HA + A_M^T H + hHD_M C_0 \Phi_0^{-1} C_0^T D_M^T H + h\Phi_0)\varepsilon(t) + \\ & + \eta^T(t) \frac{1}{\mu_1} (H_1 F + F^T H_1) \eta(t) + \mu_1 |\varepsilon(t)|^2 + \frac{|HB_0|^2}{\mu_1} |\eta(t)|^2. \end{aligned}$$

Принимая во внимание (11) и (П.9), получим следующее неравенство:

$$\dot{V}(t) \leq -(\rho - \mu_1)|\varepsilon(t)|^2 - \frac{\rho_1 - |HB_0|^2}{\mu_1} |\eta(t)|^2,$$

где  $\rho = s_{\min}(\Lambda_0)$ ,  $s_{\min}(\Lambda_0)$  – минимальное собственное число матрицы  $\Lambda_0$ . Если выбрать  $\rho_1$  и  $\mu_1$  из условий  $\rho - \mu_1 > 0$ ,  $\rho_1 - |HB_0|^2 > 0$ , то получим, что система (П.3)–(П.7) асимптотически устойчива по переменным  $\varepsilon(t)$ ,  $\eta(t)$ . Так как  $y_M(t) = f(t) = 0$ , то  $y(t)$  и ее производные стремятся к нулю при  $t \rightarrow \infty$ . Следовательно, и переменная  $\bar{\psi}_1(t)$  и ее производная стремятся к нулю. Тогда из (17) и (20) имеем

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{\beta} (\xi_{\bar{\gamma}+1}(t) + q_{\bar{\gamma}} \zeta(t)) = -\frac{1}{\beta} (\psi(t) - C_{\bar{\gamma}+1} \eta(t)).$$

Подставим в эту формулу значение  $\psi(t)$ , принимая во внимание, что  $y_M(t) = f(t) = 0$ . В результате получим

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{\beta} (\bar{\psi}_1(t) + (k\varphi(t)\alpha - \beta)\vartheta(t) - C_{\bar{\gamma}+1} \eta(t)).$$

Разрешим это уравнение:

$$\vartheta(t) = -\frac{1}{k\varphi(t)\alpha} (\bar{\psi}_1(t) - C_{\bar{\gamma}+1} \eta(t)),$$

откуда следует  $\lim_{t \rightarrow \infty} \vartheta(t) = 0$ , а из (12)  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0$ . Тогда из (П.4) имеем  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_b(t) = 0$ , а из (П.5) следует  $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = 0$ .

Следовательно, система (П.3)–(П.7) является асимптотически устойчивой, если  $y_M(t) = f(t) = 0$  и  $\mu_2 = 0$ . Условия леммы выполнены. Следовательно, существует  $\mu_0 > 0$  такая, что система (П.3)–(П.7) будет диссипативной, если  $\mu_2 < \mu_0$ .

Если на вход диссипативной линейной системы подать ограниченные входные воздействия, то система останется диссипативной, а значит, все переменные в ней будут ограниченными.

Остается выяснить, существует ли число  $\mu_0 > 0$ , обеспечивающее выполнение целевого условия, когда внешние воздействия  $y_M(t)$ ,  $f(t)$  удовлетворяют четвертому условию предположений.

Возьмем функционал (П.8) и вычислим производную на траекториях системы (П.3)–(П.7), принимая во внимание равенство  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \varepsilon^T(t)(HA_M + A_M^T H)\varepsilon(t) + 2\varepsilon^T(t)(HD_M C_0 \int_{-h}^0 \varepsilon(t+\theta)d\theta + B_0 C_{\bar{\gamma}+1} \eta(t)) + \\ & + \eta^T(t) \frac{1}{\eta_0} (H_1 F + F^T H_1) \eta(t) + h\varepsilon^T(t) \Phi_0 \varepsilon(t) - \\ & - \int_{-h}^0 \varepsilon^T(t+\theta) \Phi_0 \varepsilon(t+\theta) d\theta + 2\eta^T(t) H_1 B_0 (\dot{\psi}(t) - q_{\bar{\gamma}} \dot{\zeta}(t)). \end{aligned}$$

Воспользуемся уже приведенными оценками и неравенством

$$2\eta^T(t) H_1 B_0 (\dot{\psi}(t) - q_{\bar{\gamma}} \dot{\zeta}(t)) \leq \frac{1}{\mu_0} |\eta(t)|^2 + \mu_0 \delta_1,$$

$$\delta_1 = \sup_t |H_1 B_0 (\dot{\psi}(t) - q_{\bar{\gamma}} \dot{\zeta}(t))|^2.$$

Тогда, принимая во внимание (11) и (П.9), получим

$$\dot{V}(t) \leq -(\rho - \mu_0)|\varepsilon(t)|^2 - \frac{\rho_1 - 1 - |HB_0|^2}{\mu_0} |\eta(t)|^2 + \mu_0 \delta_1.$$

Если выбрать  $\rho_1$  и  $\mu_0$  из условий  $\rho - \mu_0 = -\rho_2$ ,  $\rho_2 > 0$ ,  $\rho_1 - 1 - |HB_0|^2 = -\rho_3$ ,  $\rho_3 > 0$ ,  $\rho = s_{\min}(\Lambda)$ , то получим неравенство

$$\dot{V}(t) \leq -\rho_2|\varepsilon(t)|^2 - \rho_3|\eta(t)|^2 + \mu_0 \delta_1,$$

откуда следует оценка

$$|e(t)| \leq |\varepsilon(t)| \leq \sqrt{\frac{\mu_0 \delta_1}{\rho_2}}.$$

Из этой оценки видно, что выбором числа  $\mu_0$  достигается требуемое значение ошибки в целевом условии. При этом это значение будет достигнуто за конечный промежуток времени.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк Б. Т. Робастная устойчивость и управление / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. М.: Наука, 2002. 303 с.
2. Hassan L.  $H_\infty$  Unknown input observers design for a class of nonlinear time-delay systems / L. Hassan, A. Zemouche, M. Boutayeb // Preprints of 18<sup>th</sup> IFAC World Congress. 2011. P. 3879–3884.
3. Karimi H. R. Robust adaptive  $H_\infty$  synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations / H. R. Karimi // Preprints of 18<sup>th</sup> IFAC World Congress. 2011. P. 302–307.
4. Gao H. New criteria for synchronization stability of general complex dynamical networks with coupling delay / H. Gao, J. Lam, G. Chen // Physics letters. 2006. Vol. 360, no 2. P. 263–273.
5. Ge S. S. Adaptive neural network control of nonlinear systems with unknown time delays / S. S. Ge, F. Hong, T. H. Lee // IEEE Trans. Automat. Contr. 2003. Vol. 48, no. 11. P. 2004–2010.
6. Gao H. A new delay systems approach to network-based control / H. Gao, G. Chen, J. Lam // Automatica. 2008. Vol. 44, no. 1. P. 39–52.
7. Nguang S. K. Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems / S. K. Nguang // IEEE Trans. Automat. Contr. 2000. Vol. 45, no. 4. P. 756–762.
8. Han Q. L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type / Q. L. Han // Automatica. 2002. Vol. 38, no. 4. P. 719–723.
9. Ivanescu D. On delay dependent stability of neutral systems / D. Ivanescu, S. I. Niculescu, L. Dugard, J. M. Dion, E. I. Verriest // Automatica. 2003. Vol. 39, no. 2. P. 255–261.
10. Бобцов А. А. Стабилизация нелинейных систем по выходу в условиях запаздывания / А. А. Бобцов // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2005. № 3. С. 5–11.
11. Цыкунов А. М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений / А. М. Цыкунов // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С. 103–115.
12. Цыкунов А. М. Робастное управление с компенсацией возмущений / А. М. Цыкунов. М.: Физматлит, 2012. 298 с.
13. Цыкунов А. М. Децентрализованное робастное управление многосвязными структурно неопределенными объектами / А. М. Цыкунов // Автоматика и телемеханика. 2010. № 12. С. 111–121.
14. Khalil H. K. Nonlinear systems / H. K. Khalil. N. Y.: Prentice-Hall, 1996.
15. Брусин В. А. Об одном классе сингулярно-возмущенных адаптивных систем / В. А. Брусин // Автоматика и телемеханика. 1995. № 4. С. 119–127.

Статья поступила в редакцию 30.03.2015

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

**Цыкунов Александр Михайлович** – Россия, 414056, Астрахань; Астраханский государственный технический университет, г-р техн. наук, профессор; зав. кафедрой «Математика»; a.tsykunov@astu.org.



A. M. Tsykunov

## ROBUST CONTROL OF LINEAR OBJECT WITH UNKNOWN ORDER OF MATHEMATICAL MODEL

**Abstract.** The paper considers the issue of robust control of the object with the distributed delay when it is under the influence of the bounded external disturbances, but the order and the parameters of the mathematical model are unknown. The algorithm of the control, allowing to compensate the aprioristic unknown parameters and essentially suppress the bounded external disturbances, is derived. The simulation results illustrate the efficiency of the suggested control system.

**Kew words:** robust control, state vector, perturbation.

### REFERENCES

1. Poliak B. T., Shcherbakov P. S. *Robastnaia ustoichivost' i upravlenie* [Robust stability and control]. Moscow, Nauka Publ., 2002. 303 p.
2. Hassan L., Zemouche A., Boutayeb M. *Unknown input observers design for a class of nonlinear time-delay systems*. Preprints of 18th IFAC Word Congress, 2011. P. 3879–3884.
3. Karimi H. R. *Robust adaptive synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations*. Preprints of 18th IFAC Word Congress. 2011. P. 302–307.
4. Gao H., Lam J., Chen G. New criteria for synchronization stability of general complex dynamical networks with coupling delay. *Physics letters*, 2006, vol. 360, no. 2, pp. 263–273.
5. Ge S. S., Hong F., Lee T. H. Adaptive neural network control of nonlinear systems with unknown time delays. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2003, vol. 48, no. 11, pp. 2004–2010.
6. Gao H., Chen G., Lam J. A new delay systems approach to network-based control. *Automatica*, 2008, vol. 44, no. 1, pp. 39–52.
7. Nguang S. K. Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2000, vol. 45, no. 4, pp. 756–762.
8. Han Q. L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type. *Automatica*, 2002, vol. 38, no. 4, pp. 719–723.
9. Ivanescu D., Niculescu S. I., Dugard L., Dion J. M., Verriest E. I. On delay dependent stability of neutral systems. *Automatica*, 2003, vol. 39, no. 2, pp. 255–261.
10. Bobtsov A. A. Stabilizatsiia nelineinykh sistem po vykhodu v usloviakh zapazdyvaniia [Stabilization of the non-linear output systems in conditions of delay]. *Izvestiia Rossiiskoi akademii nauk. Teoriia i sistemy upravleniia*, 2005, no. 3, pp. 5–11.
11. Tsykunov A. M. Robust control algorithms with compensation of bounded perturbations. *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68, no. 7, pp. 1201–1212.
12. Tsykunov A. M. *Robastnoe upravlenie s kompensatsiei vozmushchenii* [Robust control with compensation of perturbations]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 298 p.
13. Tsykunov A. M. Decentralized robust control for multiconnected objects with structural uncertainty. *Automation and Remote Control*, 2010, vol. 71, no. 12, pp. 111–121.
14. Khalil H. K. *Nonlinear systems*. N. Y.: Prentice-Hall, 1996.
15. Brusin V. A. On a class of singularly disturbed adaptive systems. *Automation and Remote Control*, 1995, vol. 56, no. 4, pp. 119–127.

The article submitted to the editors 30.03.2015

### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

**Tsykunov Alexander Mikhailovich** – Russia, 414056, Astrakhan; Astrakhan State Technical University; Doctor of Technical Sciences, Professor; Head of the Department "Mathematics"; a.tsykunov@astu.org.

